

# **LA INMUNIZACIÓN FINANCIERA: EVALUACIÓN DE DIFERENTES ESTRUCTURAS DE CARTERA\***

**Gloria M. Soto y M<sup>a</sup> Asunción Prats\*\***

**WP-EC 2002-03**

Correspondencia a Gloria M. Soto, Universidad de Murcia, Departamento de Economía Aplicada, Campus de Espinardo, 30100 Murcia. Teléfono: 968 363 742 / Fax 968 363 745. E-mail: [gsoto@um.es](mailto:gsoto@um.es),

Editor: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.

Primera Edición Febrero 2002

Depósito Legal: V-485-2002

Los documentos de trabajo del IVIE ofrecen un avance de los resultados de las investigaciones económicas en curso, con objeto de generar un proceso de discusión previo a su remisión a las revistas científicas.

---

\* Versiones preliminares de este trabajo se han presentado en las II Jornadas de ETTI (Universidad Complutense de Madrid, mayo de 2001) y el IX Foro de Finanzas (Universidad Pública de Navarra, noviembre de 2001). Agradecemos a los participantes en estos foros sus sugerencias, en especial a Inmaculada Gómez y Juan M. Nave.

\*\* G.M. Soto y M.A. Prats: Universidad de Murcia.

# LA INMUNIZACIÓN FINANCIERA: EVALUACIÓN DE DIFERENTES ESTRUCTURAS DE CARTERA

Gloria M. Soto y M<sup>a</sup> Asunción Prats

## RESUMEN

Aunque la estrategia de inmunización tradicional defiende a una cartera de renta fija exclusivamente de los desplazamientos paralelos de la curva de tipos, a nivel empírico numerosas investigaciones han puesto de manifiesto que esta estrategia ofrece un excelente grado de inmunización. En este trabajo desvelamos algunos de los factores que justifican el éxito de la estrategia de inmunización tradicional centrándonos, en particular, en la influencia que tiene la estructura de la cartera inmunizada.

Empleando como marco de análisis el mercado español de deuda pública en el periodo 1992-1999, nuestros resultados evidencian que la estructura de cartera no es una cuestión trivial para el buen funcionamiento de la estrategia de inmunización tradicional. Incluir un bono con vencimiento cercano al fin del horizonte de planificación provoca reducciones significativas del grado de exposición al riesgo de las carteras y minora las dificultades que pueden plantearse a la hora de construir las carteras inmunizadas, todo lo cual da lugar a un mayor grado de inmunización. La posibilidad de contar con este bono es necesaria para que la estrategia basada en la *M-Absoluta* (Nawalkha y Chambers, 1996) garantice un grado de inmunización suficiente. No obstante, las estrategias basadas en *M-Cuadrado* (Fong y Vasicek, 1984) y *M-Absoluta* son superadas por otras estrategias basadas en la duración tradicional que imponen determinadas configuraciones de cartera.

Palabras clave: inmunización, duración, tipos de interés, gestión de riesgos, renta fija

## ABSTRACT

Although traditional immunization offers protection against parallel movements of the term structure of interest rates (TSIR) exclusively, numerous studies have shown that this strategy offers near perfect immunization at an empirical level. This work reveals some of the factors that justify this success by analyzing the influence of portfolio structure on the goal of immunization.

Focusing on the Spanish government debt market in the period 1992-1999, we find that the portfolio structure is not trivial for immunization. When portfolios include a bond maturing near the end of the holding period, the exposition to non parallel shifts of the TSIR drops notably, and the difficulties to set up the duration-matching portfolios lessen. These two forces lead to a more effective immunization. Also, the maturity bond it is shown to be necessary in the portfolios with minimum *M-Absolute* (Nawalkha and Chambers, 1996) to obtain a return close enough to the target return. Nevertheless, the strategies based on *M-Squared* (Fong and Vasicek, 1984) and *M-Absolute* are overcome by other duration-matching strategies that impose peculiar portfolio structures.

Key words: immunization, duration, interest rate, risk management, fixed income

JEL classification: E43; G11

## 1. Introducción

El riesgo de interés de una cartera de renta fija puede definirse como aquél que soporta un inversor en relación con el valor o rentabilidad final que la cartera generará finalizado su periodo de tenencia o de valoración. Este periodo, que denominaremos *horizonte de planificación*, no tiene por qué coincidir con el vencimiento de los títulos que componen la cartera, ni tampoco con el tiempo en que ésta permanece en el patrimonio del inversor, ya que éste pudiera haber fijado objetivos de rentabilidad a más corto plazo. El riesgo ha de ligarse con el horizonte de planificación del inversor, pues diferentes horizontes llevan aparejados diferentes grados de riesgo.

El riesgo de interés procede, lógicamente, de los desplazamientos de la *estructura temporal de los tipos de interés* (ETTI, a partir de ahora), que dan lugar a dos efectos contrapuestos en las carteras: el *efecto precio* y el *efecto reinversión*. Cuando los tipos de interés suben (bajan), los flujos futuros de una cartera se descuentan a un mayor tipo de interés, con lo que su valor actual baja (sube) —efecto precio— pero, por otra parte, el alza (descenso) de los tipos hace que los flujos que se vayan obteniendo puedan reinvertirse a un mayor (menor) tipo de interés aumentando (descendiendo) el valor final de la cartera —efecto reinversión—.

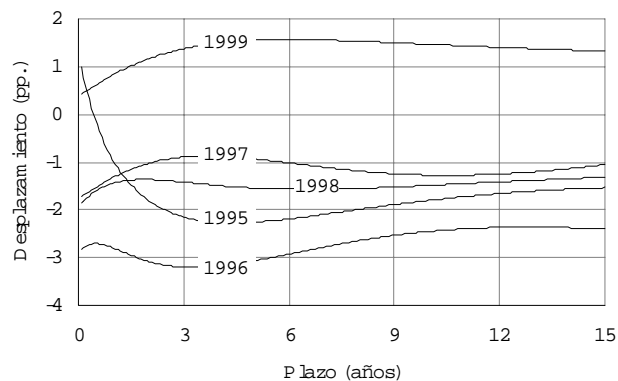
Cabe así esperar que sea posible lograr un equilibrio entre los dos efectos contrapuestos dando lugar a lo se conoce como *inmunización* de la cartera. Si una cartera está inmunizada, los desplazamientos de la curva de tipos no darán lugar a la obtención de rendimientos inferiores a la rentabilidad inicialmente ofrecida por el mercado.

Lógicamente, para que un programa de inmunización llegue a buen término es necesario poder conocer de qué forma se desplaza la curva de tipos, con el fin de poder inmunizar la cartera frente a todos los posibles perfiles de cambio de la ETTI.

La estrategia de inmunización tradicional, basada en los conceptos de duración y convexidad tradicionales, no logra este objetivo, ya que el único desplazamiento asumido para la ETTI es un movimiento paralelo de la curva, lo cual constituye un supuesto bastante restrictivo. Ciertamente es que la evidencia empírica es unánime al concluir que el desplazamiento más frecuente y que mayor influencia tiene sobre los resultados de las carteras es el paralelo, pero éste no es el único desplazamiento posible. La figura 1, que recoge los cambios registrados por la ETTI de capitalización continua del

mercado de deuda pública español cada año a partir de 1995, nos muestra que la curva de tipos española se ha desplazado de forma bien diferente en los años considerados. Es evidente que los desplazamientos no sólo afectan al *nivel* de la curva, sino también de forma significativa a su *pendiente* y su *curvatura*.

**Figura 1. Desplazamientos anuales de la curva de tipos española: 1995-1999**



La clara irrealidad de los supuestos en los que se basa el modelo de duración tradicional ha motivado el desarrollo en la literatura financiera de modelos de duración alternativos que tratan de recoger más eficazmente y en un contexto más flexible el verdadero riesgo de interés de las carteras de renta fija y que, por tanto, auguran mayores dosis de inmunización<sup>1</sup>.

Junto a ellos, han visto la luz otros planteamientos, basados en lo que podríamos denominar *medidas de dispersión*, que ponen el énfasis en el papel que la estructura de cartera tiene sobre los resultados de un programa de inmunización. La idea que subyace a los mismos es que cuanto mayor sea la concentración de los flujos de la cartera en torno al final del horizonte planificador mayor será el grado de inmunización que se alcance, pues en mayor medida el esquema de flujos de la cartera se asemejará al de un supuesto bono cupón cero con vencimiento entonces, carente, por definición, de riesgo de interés.

---

<sup>1</sup> Una revisión detallada de los diferentes modelos de duración se puede encontrar en Soto (2001b).

Siguiendo una secuencia cronológica, la primera de las medidas de dispersión sería la *M-Cuadrado* de Fong y Vasicek (1984), la segunda la *M-Absoluta* de Nawalkha y Chambers (1996) y la tercera, cuya expresión coincide con la anterior, la *N* de Balbás e Ibáñez (1998). En el primer y último caso las medidas se plantean como un complemento a la duración tradicional en la estrategia de inmunización. La segunda, por contra, pretende ser la clave, única y exclusiva, que guía la inmunización.

El optar por estrategias basadas en medidas de dispersión frente a estrategias derivadas de modelos de duración más coherentes con la realidad es una decisión que entraña beneficios y costes. Los modelos de duración permiten obtener una información desagregada del riesgo al que se enfrenta una cartera por cada fuente de riesgo pero su flanco más débil reside en su capacidad para recoger efectivamente los desplazamientos registrados por la ETTI. Por contra, las medidas de dispersión sintetizan el riesgo al que se enfrenta una cartera y, por tanto, son de escasa utilidad para modular la exposición que a cada fuente de riesgo presenta una cartera. Por supuesto, estas últimas tienen a su favor su mayor sencillez frente a los modelos de duración más realistas.

En este trabajo no analizaremos los modelos de duración más coherentes con la historia de los desplazamientos de la ETTI, tema que dejamos para futuras investigaciones, sino que nos centraremos en la influencia que la estructura de cartera tiene sobre los resultados de un programa de inmunización. Por tanto, nuestra atención recaerá, en primer lugar, sobre las medidas de dispersión anteriores y, posteriormente, sobre la relevancia de incluir un bono con vencimiento cercano al fin del horizonte de planificación dentro de las carteras. La evidencia aportada por Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993) en relación con el hecho de que las carteras que lo incluyen obtienen unos resultados más satisfactorios en la inmunización que aquéllas que minimizan la *M-Cuadrado* de Fong y Vasicek (1984) justifican nuestro planteamiento.

La estructura de este trabajo es la siguiente. En el apartado dos se plantean las tres medidas de dispersión apuntadas. En el tercer apartado se analizan las razones que explican el buen funcionamiento que ha mostrado la estrategia de inmunización tradicional en la investigación empírica y las conclusiones que, en relación a las mismas, obtuvieron Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993). En el cuarto apartado se ubica nuestra investigación empírica, al que sigue un apartado de conclusiones.

## 2. Medidas de dispersión

Habida cuenta de la insuficiencia del modelo de duración tradicional para captar la verdadera dinámica de la curva de tipos y, por ello, ser capaz de inmunizar, Fong y Vasicek (1984) propusieron una medida, *M-Cuadrado*, capaz de cuantificar la exposición al riesgo de interés a que está sujeta una cartera inmunizada en el contexto de Fisher y Weil (1971).

Fong y Vasicek supusieron que (i) los tipos implícitos instantáneos cambian inmediatamente tras constituirse la cartera de  $\iota_i$  a  $\iota'_i = \iota_i + \Delta\iota_i$  donde  $d\Delta\iota_i/di \leq \kappa$  para todo  $i \geq 0$ , siendo  $\kappa$  una constante arbitraria, (ii) la cartera se encuentra inmunizada ante desplazamientos paralelos para un horizonte de  $H$  periodos y (iii) no se permiten ventas en corto<sup>2</sup>.

Bajo estos supuestos, Fong y Vasicek demuestran la existencia de una cota inferior al cambio relativo en el valor final,  $P_H$ , de una cartera inmunizada al desplazamiento paralelo de la curva de tipos de Fisher y Weil que viene dada por:

$$\frac{\Delta P_H}{P_H} \geq -\frac{1}{2}\kappa M^2 \quad [1]$$

donde *M-Cuadrado* se define como:

$$M^2 = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^v F_i (i-H)^2 \exp(-\tau_i i) \quad [2]$$

siendo  $P$  el valor de la cartera,  $F_1, F_2, \dots, F_v$  sus flujos de caja y  $\{\tau_i\}$  la ETTI de capitalización continua actual.

La cota inferior depende, como se observa, de dos términos,  $\kappa$  y *M-Cuadrado*, de los cuales sólo el último es susceptible de gestión, al venir dado por la ETTI corriente, conocida por el gestor, y la composición de su cartera. Por contra, el segundo término,  $\kappa$ , la cota de la derivada del shock o, en palabras de Fong y Vasicek (1984, p.1543), “la

---

<sup>2</sup> Aunque este supuesto no se explicita por Fong y Vasicek, está implícito en la demostración por la que se obtiene la expresión [1] (Fong y Vasicek, 1984, pp. 1544-1546). En la práctica, resulta extremadamente restrictivo, ya que impide considerar carteras en donde se incluyen ventas en corto de instrumentos de deuda y posiciones en derivados que suponen, implícitamente, ventas en corto de un bono entregable.

frontera superior, a lo largo de los plazos, del cambio en la pendiente de la estructura temporal”, se caracteriza por ser imprevisible e igual para todos los activos valorados a partir de la misma curva de tipos.

Consecuentemente, el gestor interesado en la obtención, con las mayores garantías, de la rentabilidad inicial encuentra en *M-Cuadrado*, el complemento idóneo al uso de la duración en su programa de inmunización, que vendría a formularse en los siguientes términos:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^n w_i M_i^2 \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
 & \sum_{i=1}^n w_i D_{FW_i} = H \\
 & w_i \geq 0, \text{ para todo } i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3}$$

donde  $w_i$  es el peso del bono  $i$ -ésimo (de un total de  $n$  bonos) en la cartera inmunizada,  $M_i^2$  es la *M-Cuadrado* del bono  $i$ -ésimo y  $D_{FW_i}$  es la duración de Fisher y Weil del mismo bono. En definitiva, se trata de minimizar el *M-Cuadrado* de una cartera inmunizada según la duración tradicional.

*M-Cuadrado* únicamente se anula, asumiendo la imposibilidad de adoptar posiciones en corto como consideran dichos autores, mediante el activo de inmunización perfecto: un bono cupón cero con vencimiento al final del periodo planificador, y aumenta a medida que el activo o cartera objeto de gestión se aleja del perfil de pagos de aquél. Por ello, puede concluirse que *M-Cuadrado* “mide en cuánto una cartera determinada difiere de la cartera ideal inmunizada consistente en un bono al descuento puro” (Fong y Vasicek, 1984, p. 1544). Así, por ejemplo, las carteras inmunizadas con la duración tradicional con una configuración bullet presentarán un menor riesgo de inmunización que las carteras inmunizadas de estructura barbell<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Fong y Vasicek definen la cartera bullet como aquella construida de forma que los vencimientos de los activos que la componen se encuentran muy concentrados alrededor de un determinado plazo (obviamente, un único activo constituye una cartera bullet) y sus cupones son bajos; una cartera barbell se compondría de activos con vencimientos concentrados en dos plazos, considerablemente distantes; por último, en una cartera ladder los vencimientos se distribuirían ordenadamente en un determinado intervalo de plazos. Otros autores, como veremos más adelante, caracterizan las carteras en función, no del vencimiento, sino de la duración de los bonos que las integran.

Aunque Fong y Vasicek repetidamente remarcan el hecho de su medida del riesgo de inmunización es capaz de cuantificar la exposición a cualquier cambio arbitrario en la curva de tipos, esta afirmación ha sido criticada en la literatura. Como apuntan Prisman y Shores (1988, p. 502), “una cartera barbell pudiera estar inmunizada respecto a desplazamientos paralelos y cuadráticos y tener un elevado *M-Cuadrado* [...] *M-Cuadrado* no es una medida adecuada de riesgo dado que no mide el riesgo muy bien en algunos procesos estocásticos”<sup>4</sup>.

En un contexto más general que el anterior se han definido las otras dos medidas de dispersión, la *M-Absoluta* de Nawalkha y Chambers (1996) y la *N* de Balbás e Ibáñez (1998), que aunque surgen de desarrollos diferentes y dan lugar a programas de inmunización diferentes, coinciden en su expresión:

$$M^A = N = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^v F_i |i - H| \exp(-\tau_i i) \quad [4]$$

y parten, de nuevo, del supuesto de que no se adoptan posiciones en corto, con lo que la inmunización perfecta sólo es posible con la tenencia de un bono cupón cero.

*M-Absoluta* se presenta como una medida única de riesgo que sustituye a los programas de inmunización basados en la duración tradicional y, en su caso, *M-Cuadrado*, y que pretende cuantificar el riesgo al que se enfrenta, en términos generales, una cartera ante cualquier tipo de shock. Obtenida a partir de una expansión de Taylor en el entorno de  $H$  del término  $\exp\left(\int_i^H \Delta t_i dt\right)$ , la medida determina una cota inferior al cambio relativo en el valor final de la inversión que viene dada por:

$$\frac{\Delta P_H}{P_H} \geq -\kappa_3 M^A \quad [5]$$

siendo  $\kappa_3 = \text{Max}[|\kappa_1|, |\kappa_2|]$  con  $\kappa_1 \leq \Delta t_i \leq \kappa_2$  para todo  $i \geq 0$ .

El programa de inmunización basado en *M-Absoluta*, tal y como se define por Nawalkha y Chambers, consiste en determinar la participación de los diversos bonos disponibles en la cartera de tal forma que se minimiza la *M-Absoluta* de la cartera o, equivalentemente:

---

<sup>4</sup> Puede verse, en el mismo sentido, Bierwag y otros (1993, p. 1151).



$$\begin{aligned}
& \underset{w}{\text{Min}} \sum_{i=1}^n w_i M_i^A \\
& \text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
& \quad w_i \geq 0, \text{ para todo } i = 1, \dots, n
\end{aligned}
\tag{6}$$

donde  $w_i$  es el peso en la cartera del bono  $i$ -ésimo y  $M_i^A$  su  $M$ -Absoluta.

Ha de destacarse que el programa, así planteado, lleva en la práctica a adquirir exclusivamente el bono de mínima  $M$ -Absoluta, lo cual es una situación muy extrema. Además, a diferencia del programa de  $M$ -Cuadrado y de  $N$ , no se exige el ajuste de la duración tradicional y, por tanto, no se garantiza que la cartera sea inmune a cambios en el nivel de la curva de tipos. En palabras de Nawalkha y Chambers (1996, p. 71): “*La diferencia fundamental entre el modelo de duración tradicional y el modelo de la  $M$ -Absoluta puede resumirse como sigue. El modelo de duración tradicional inmuniza completamente frente a cambios en el nivel pero ignora el impacto de la pendiente, curvatura y otros términos de mayor orden de los desplazamientos de la curva de tipos en el valor final esperado de una cartera de bonos [...] a diferencia, el modelo de  $M$ -Absoluta inmuniza sólo de forma parcial contra cambios en el nivel, pero también reduce el riesgo de inmunización causado por cambios en la pendiente, curvatura, y el resto de parámetros de forma de la curva de tipos seleccionando una cartera de bonos con flujos de caja concentrados en torno al horizonte planificador*”.

Así, la idoneidad del modelo depende de la naturaleza de los movimientos de la curva de tipos. Como señalan los autores: “*Si los cambios en el nivel dominan completamente la pendiente, curvatura, y otros términos de mayor orden de los desplazamientos de la curva de tipos, entonces el modelo de duración tradicional superará el modelo de  $M$ -Absoluta. Si, por contra, la pendiente, curvatura y otros cambios de mayor orden son relativamente significativos -en comparación con los cambios en el nivel- entonces el modelo de  $M$ -Absoluta superaría al modelo tradicional*” (Nawalkha y Chambers, 1996, p. 71).

El programa de inmunización basado en la  $N$  de Balbás e Ibáñez (1998), por su parte, sí exige el ajuste de la duración tradicional como lo hacía el de la  $M$ -Cuadrado y, por tanto, la inmunización frente a shocks paralelos y, así, podemos definirlo en los siguientes términos:

$$\begin{aligned}
& \text{Min}_w \sum_{i=1}^n w_i N_i \\
& \text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
& \quad \sum_{i=1}^n w_i D_{FW_i} = H \\
& \quad w_i \geq 0, \text{ para todo } i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{7}$$

En este caso, el problema se deriva de considerar shocks en la curva de forward instantáneos que incluyen dos componentes: un cambio en el nivel de la curva y un segundo cambio en el que los tipos forwards se mueven dentro de una banda preespecificada, es decir,  $|\Delta t_{i_1} - \Delta t_{i_2}| \leq \kappa$ ,  $0 \leq i_1 \leq i_2 \leq T$  donde  $[0, T]$  es el intervalo de plazos.

En estas circunstancias, y suponiendo que la restricción sobre la duración tradicional se verifica, la cota inferior al cambio relativo en el valor final de la cartera viene dada por:

$$\frac{\Delta P_H}{P_H} \geq -\frac{\kappa}{2} N \tag{8}$$

### 3. Un repaso de la investigación empírica

A pesar de que el desplazamiento de la ETTI asumido por el modelo de duración tradicional y, por tanto, la estrategia de inmunización tradicional, abarca sólo una parte de los desplazamientos que suelen darse en la realidad, la investigación empírica en el campo de la inmunización, sobre todo en la década de los ochenta, fue ofreciendo unos resultados muy favorables al enfoque tradicional<sup>5</sup>.

Este éxito cabe atribuirse, fundamentalmente, a dos factores. Por una parte, a la gran amplitud de los horizontes de planificación considerados (no suelen ser inferiores a los 4 años) y, por otra, a la estructura de las carteras simuladas.

---

<sup>5</sup> Para una revisión de estos trabajos, puede consultarse Soto (2001b).

En relación con esta última cuestión, las aportaciones realizadas por Fooladi y Roberts (1992) y por Bierwag y otros (1993) resultan de gran interés. En estos trabajos se pone de manifiesto que muchas de las estrategias de inmunización llevadas a la práctica en la investigación empírica coincidían en incluir en las carteras simuladas un bono con vencimiento cercano al fin del horizonte planificador (llamaremos a este bono el *bono-vto*).

Para analizar la influencia de este bono, Fooladi y Roberts (1992), simularon carteras inmunizadas con la duración tradicional con configuración bullet (*d1bullt*), barbell (*d1barb*) y ladder (*d1ladd*) sin incluir el *bono-vto*, a las que se unen dos carteras más que sí incluyen el *bono-vto* y toman la configuración de carteras bullet y barbell, la *d1bullt-cbv*<sup>6</sup> y la *d1barb-cbv*. Por último, la estrategia de vencimiento, definida como la tenencia exclusiva del *bono-vto*, entra también a colación en sus simulaciones como término comparativo de las carteras inmunizadas mediante el uso de la duración tradicional.

Posteriormente, Bierwag y otros (1993), partiendo de la misma base informativa que Fooladi y Roberts, ampliarían el conjunto de carteras con cinco nuevas estrategias en donde se contempla la posibilidad de minimizar, en un caso, y anular, en los cuatro restantes, *M-Cuadrado*.

En definitiva, el número de estrategias testadas entre ambos trabajos para el mercado de deuda pública canadiense en el periodo 1963-1986 asciende a la considerable cantidad de diez. La definición pormenorizada de estas estrategias, planteadas para un horizonte planificador de cinco años, se presenta en la tabla 1. Es de interés destacar que en un número significativo de ellas se admiten posiciones cortas en las carteras como consecuencia de las dificultades de llevarlas a la práctica si no se acepta esta posibilidad. Como apuntan Fooladi y Roberts (1992), es improbable que ello incorpore sesgo alguno en los resultados, ya que la evidencia empírica ha mostrado que los efectos de segundo orden de los shocks, esto es, el impacto de la convexidad sobre los precios y la rentabilidad de las carteras de bonos, es mínima<sup>7</sup>.

---

<sup>6</sup> *cbv* serían las siglas de "con *bono-vto*"

<sup>7</sup> En este sentido, pueden verse Kahn y Lochoff (1990) y Lacey y Nawalkha (1993) para carteras de deuda norteamericana y Soto (2001a) para el caso español.

**Tabla 1. Definición de las estrategias de cartera simuladas por Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993)**

<i>Estrategia de vencimiento</i>	
<i>Bono-vto</i>	Cartera compuesta por el bono con vencimiento más cercano a cinco años ( <i>bono-vto</i> ), manteniéndose durante todo el periodo de inversión. Si existen dos activos de igual vencimiento, se elige el de mayor cupón.
<i>Carteras inmunizadas con la duración tradicional</i>	
<i>d1bullt</i>	Cartera compuesta por uno o dos bonos con duración más cercana a la duración objetivo.
<i>d1barb</i>	Cartera compuesta por dos bonos con las duraciones más larga y corta posibles.
<i>d1ladd</i>	Cartera de ocho bonos con duraciones lo más uniformemente distribuidas alrededor de la duración objetivo.
<i>d1bullt-cbv</i>	Cartera de dos bonos compuesta por el bono-vto y un bono con duración superior a la duración objetivo pero lo más cercana posible. Se permiten ventas en corto.
<i>d1barb-cbv</i>	Cartera de dos bonos compuesta por el bono-vto y el bono con mayor duración. Se permiten ventas en corto.
<i>d1minm2</i>	Cartera de dos bonos que registra el menor M-Cuadrado entre todas las carteras inmunizadas compuestas por dos bonos. No se permiten ventas en corto.
<i>Carteras inmunizadas con la duración tradicional y de M-Cuadrado nulo</i>	
<i>d1m2bullt</i>	Carteras de tres bonos, siendo dos de ellos los incluidos en la cartera bullet y el tercero uno diferente a los anteriores con la siguiente duración más cercana a la duración objetivo. Se permiten ventas en corto.
<i>d1m2barb</i>	Carteras de tres bonos, siendo dos de ellos los incluidos en la cartera barbell y el tercero aquél con la duración más cercana a 7.5 años. Se permiten ventas en corto.
<i>d1m2bullt-cbv</i>	Cartera de tres bonos, conteniendo el bono-vto y los dos bonos incluidos en la cartera bullet. Se permiten ventas en corto.
<i>d1m2barb-cbv</i>	Cartera de tres bonos, conteniendo el bono-vto y los bonos con mayor duración y duración más cercana a 7.5 años. Se permiten ventas en corto.

Obs.: Adaptado de Fooladi y Roberts (1992, p. 5 Tabla 1) y Bierwag y otros (1993, pp. 1157 y 1164 Tablas 2 y 7). Los pesos de los bonos que componen cada cartera son recalculados cada seis meses de forma que las restricciones de duración y *M-Cuadrado* vuelvan a ser cumplidas. Los cupones obtenidos en fechas intermedias son invertidos en las carteras.

En lo que se refiere a los resultados de estas investigaciones, en la tabla 2 recogemos la ordenación de las estrategias de *M-Cuadrado* no nulo atendiendo tanto a su capacidad inmunizadora<sup>8</sup> como al grado de concentración de sus flujos en torno al fin del horizonte de planificación.

**Tabla 2. Ranking de las estrategias de M-Cuadrado no nulo**

<i>Precios reales</i>	<i>Precios simulados</i>
<i>Atendiendo al grado en que el rendimiento efectivo se acerca al objetivo de rentabilidad (de mayor a menor grado de acercamiento)</i>	
d1barb-cbv	d1bullt-cbv
d1bullt-cbv <sup>(a)</sup>	d1bullt <sup>(a)</sup>
d1minm2	d1minm2 <sup>(a)</sup>
d1bullt <sup>(a,b)</sup>	Bono-vto
Bono-vto <sup>(a)</sup>	d1barb-cbv
d1ladd	d1ladd <sup>(a)</sup>
d1barb	d1barb
<i>Atendiendo al valor medio del M<sup>2</sup> (de menor a mayor valor)</i>	
d1minm2	d1minm2 ≡ d1bullt
d1bullt-cbv <sup>(a)</sup>	d1bullt-cbv <sup>(a)</sup>
d1bullt <sup>(a)</sup>	d1barb-cbv
d1barb-cbv <sup>(a)</sup>	d1barb
d1barb	

Obs.: Elaboración propia a partir de los datos ofrecidos por Fooladi y Roberts (1992, pp. 9 y 12, Tablas 2 y 6) y Bierwag y otros (1993, pp. 1158-1162, Tablas 3, 4, 5 y 6); No se dispone de los valores de M<sup>2</sup> para la cartera ladder, al no ser considerada en el segundo de los trabajos.

(a) La diferencia con la anterior es considerablemente reducida: con relación a la obtención del rendimiento prometido, la diferencia entre las desviaciones no es superior a 5 pb; en relación con M<sup>2</sup>, las diferencias no superan un año cuadrado.

(b) El orden cambia con la anterior si en vez de considerar la media de las desviaciones al cuadrado se tiene en cuenta el número de ocasiones en que la estrategia ofrece una desviación en valor absoluto inferior a la de la estrategia de vencimiento.

<sup>8</sup> Los resultados que aquí se presentan consideran dos indicadores del grado de inmunización: la raíz cuadrada de las desviaciones (positivas o negativas) al cuadrado entre la rentabilidad efectiva y la prometida, y el número de periodos en que cada estrategia ofrece una desviación en valor absoluto inferior a la de la estrategia de vencimiento. La ordenación que se sigue es la que establece el primer indicador, y se han señalado los casos en que el segundo indicador altera el orden de las estrategias.

Centrándonos, en primer lugar, en los resultados de las simulaciones con precios reales, cabría destacar que tan sólo las estrategias que incorporan el *bono-vto*, esto es, la *dlbullt-cbv* y la *dlbarb-cbv*, presentan una ventaja significativa frente a la estrategia de *vencimiento*. No puede afirmarse, no obstante, cuál de las dos es más acertada ya que, como se pone de manifiesto en la tabla 2, para el conjunto del periodo las diferencias en la capacidad inmunizadora de ambas resultaron ser mínimas y en tests adicionales llevados a cabo por Fooladi y Roberts para los últimos diez años de la muestra, 1976-1986, las ventajas se invertían. Por su parte, la cartera *dlbullt* presenta un nivel de inmunización similar al de la estrategia de *vencimiento* que, a su vez, es claramente más eficaz en la obtención de la rentabilidad objetivo que las carteras *dlladd* y *dlbarb*. Estos resultados, como se aprecia en la ordenación según *M-Cuadrado*, no se justifican plenamente por la existencia de un menor *riesgo de inmunización* en las carteras con el *bono-vto*.

Especulando sobre la posibilidad de que estos resultados, contrarios a la prescripción de Fong y Vasicek, pudieran deberse a errores en la medición de los precios<sup>9</sup>, Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993) recurren a la construcción carteras de bonos ficticios.

Los resultados obtenidos en este caso muestran cómo las carteras con menor *M-Cuadrado* copan los primeros puestos en la ordenación, relegándose a un tercer plano, tras la estrategia de *vencimiento*, aquella con mejor comportamiento en las simulaciones con datos reales, la *dlbarb-cbv*. Ahora bien, la cartera que mejores resultados presenta es la *dlbullt-cbv*, aun cuando registra un *M-Cuadrado* ligeramente superior al de las carteras *dlbullt* y *dlminm2*<sup>10</sup>.

Con objeto de afinar aún más el papel de *M-Cuadrado* en el éxito de la inmunización, Bierwag y otros (1993) recurren entonces a las cuatro estrategias de cartera que exigen anular *M-Cuadrado*. De esta forma “*si, de acuerdo con Fong y Vasicek (1983,1984), minimizar M-Cuadrado es el mejor camino para asegurar el funcionamiento de la cobertura, las nuevas carteras de M-Cuadrado nulo deberían*

---

<sup>9</sup> El hecho de que las estrategias de inmunización con el *bono-vto* ofrezcan los mejores resultados cuando los datos presentan considerables distorsiones podría ser consecuencia de las menores reestructuraciones a las que, en general, están sujetas este tipo de carteras.

<sup>10</sup> Desconocemos las razones por las cuales, aunque la propiedad de convexidad de *M-Cuadrado* se verifica para los bonos con tipo de cupón constante como los aquí simulados de forma que la cartera con mínimo *M-Cuadrado* es la *bullet*, se ofrecen comportamientos ligeramente diferentes para la estrategia *dlbullt* y la de mínimo *M-Cuadrado*.

*comportarse mejor que las carteras de un solo factor [...]. Por otro lado, si la presencia del bono-vto en la cartera cubierta es crítica, las carteras de dos restricciones con ausencia del bono-vto (pero teniendo un M-Cuadrado nulo) deberían comportarse peor que la cartera con el bono-vto de un sólo factor con M-Cuadrado no nulo” (Bierwag y otros, 1993, p. 1163).*

En la tabla 3 se muestra el nuevo orden de las estrategias que superan los resultados de la estrategia de vencimiento<sup>11</sup> tras incorporar las carteras de *M-Cuadrado* nulo. Puesto que tanto en el caso de trabajar con datos reales como con simulados las únicas carteras de *M-Cuadrado* nulo que mejoran los resultados de las carteras de vencimiento son aquéllas que resultan de incorporar un bono adicional a las carteras que anteriormente mejor se comportaron y que incluían el *bono-vto*, Bierwag y otros (1993, p.1163) concluyen que “*la inclusión del bono-vto añade más al funcionamiento de la cobertura que el control de M-Cuadrado*”.

**Tabla 3. Ranking de las estrategias con mejores resultados que la de vencimiento**

<i>Precios reales</i>	<i>Precios simulados</i>
<i>Atendiendo al grado en que el rendimiento efectivo se acerca al objetivo de rentabilidad (de mayor a menor grado de acercamiento)</i>	
d1m2barb-cbv	d1bullt-cbv
d1barb-cbv <sup>(a)</sup>	d1m2bullt-cbv <sup>(a)</sup>
d1bullt-cbv <sup>(a)</sup>	d1bullt <sup>(a)</sup>
d1minm2	d1minm2 <sup>(a)</sup>
d1bullt <sup>(a)</sup>	

Elaboración propia a partir de los datos ofrecidos por Fooladi y Roberts (1992, pp. 9 y 12, Tablas 2 y 6) y Bierwag y otros (1993, pp. 1158-1162, Tablas 3, 4, 5, 6 y 8).

(a) La diferencia con la anterior es considerablemente reducida: con relación a la obtención del rendimiento prometido, la diferencia entre las desviaciones no es superior a 5 pb.

<sup>11</sup> No se ha podido completar la tabla incluyendo todas las estrategias porque Bierwag y otros, en el caso de las simulaciones con datos reales, sólo ofrecen los datos de las carteras de *M-Cuadrado* nulo que ofrecen mejores resultados que la estrategia de *vencimiento*.

Queda claro, pues, a la vista de los resultados derivados de ambos trabajos que *“la estructura de cartera contribuye al éxito de las estrategias de duración. En particular, forzar a que la cartera incluya un bono con vencimiento igual al horizonte planificador remanente perfecciona el comportamiento de la cobertura, un resultado coherente con los trabajos empíricos previos pero no con los argumentos teóricos de Fong y Vasicek”* (Fooladi y Roberts, 1992, p. 12).

Desgraciadamente, quedan dos frentes abiertos en ambos trabajos. Por una parte, el porqué del buen comportamiento de las carteras con el *bono-vto*. Como apuntan Prisman y Tian (1994, p. 312): *“no hay ninguna teoría que justifique esta mejora en el funcionamiento y, consecuentemente, ninguna regla en relación con el peso de ese bono en la cartera”*. Por otra parte, saber si sus resultados son generalizables a estructuras de cartera diferentes de la *bullet* y la *barbell*.

En el siguiente apartado trataremos de analizar en qué medida es necesario incorporar un bono con vencimiento cercano al final del horizonte planificador en las carteras inmunizadas de deuda pública española y cuáles son las ventajas que se derivan de su incorporación con el fin de arrojar alguna luz sobre esta incógnita.

No obstante, antes de entrar de lleno en estas cuestiones es de interés considerar cuáles han sido los resultados mostrados a nivel empírico por la estrategia de la *M-Absoluta* de Nawalkha y Chambers (1996). Aunque en su trabajo la única comparativa de la estrategia se establece en relación con el modelo de duración tradicional, si recurrimos a los resultados obtenidos para el modelo de duraciones polinomiales por Nawalkha y Chambers (1997) podemos ampliar la comparativa, precisamente, a las carteras inmunizadas con la duración tradicional y de *M-Cuadrado* nulo, pues el ajuste por duración lleva a que *M-Cuadrado* se defina como:

$$M^2 = D_{p_2} - H^2 \quad [9]$$

y, precisamente  $D_{p_2} = H^2$  es la restricción que, unida al ajuste de la duración tradicional, impone el modelo de duraciones polinomiales con dos factores de riesgo.

Lógicamente, esta comparativa es posible porque en ambos trabajos el mercado, periodo, y la forma de construir las carteras coincide exactamente. Concretamente, se simulan bonos de cupón anual y vencimiento escalonado entre 1 y 7 años a partir de las curvas de tipos originales de McCulloch con los que se construyen carteras inmunizadas para un horizonte de cuatro años durante el periodo 1951-1986, si bien se realiza un



análisis separado de los subperiodos 1951-1970 y 1967-1986 para aislar en cierta medida el diferente nivel de volatilidad de los tipos de interés, superior en el segundo de ellos.

El análisis de los resultados obtenidos por Nawalkha y Chambers (1996, 1997) descubre que la estrategia basada en la *M-Absoluta* presenta unas desviaciones absolutas entre la ratio de riqueza efectiva y prometida<sup>12</sup> entre un 60 y un 65% inferiores a las del modelo de inmunización tradicional, lo cual constituye un excelente resultado teniendo en cuenta que la cartera de mínima *M-Absoluta* no tiene porqué estar inmunizada con respecto a los cambios en el nivel de la ETTI. Sin embargo, no se puede afirmar que sea más efectiva que la estrategia de inmunización tradicional con *M-Cuadrado* nulo, ya que mientras que en el periodo de menor volatilidad ambas ofrecen unos resultados similares, en el de mayor inestabilidad la diferencia entre ambas, desfavorable para la estrategia de mínima *M-Absoluta*, se cifra en torno a un 17% de las desviaciones del modelo tradicional.

Teniendo en cuenta que el *bono-vto* se encuentra entre el conjunto de bonos simulados por Nawalkha y Chambers, no podemos sino preguntarnos si para esta estrategia ha sido crucial el contar con el *bono-vto* entre los bonos disponibles. Trataremos de resolver también esta cuestión en el siguiente apartado.

#### **4. Estrategias de inmunización en el mercado español de deuda pública**

El banco de pruebas utilizado para nuestras simulaciones será el mercado español de deuda pública entre los años 1992 y 1999. Sin duda, se trata de un periodo de gran atractivo para analizar la capacidad inmunizadora de las diferentes estrategias, ya que la curva de tipos española ha sufrido intensos desplazamientos durante el periodo.

Así, aparte de episodios de especial inestabilidad como la crisis del SME de 1992 y 1993 y de los mercados internacionales de deuda en 1994, entre los extremos del periodo el nivel de la ETTI sufrió una intensa reducción que, como media para el

---

<sup>12</sup> La ratio de riqueza se define como  $(1+r_e)^H$  siendo  $r_e$  es la tasa media anual acumulativa de crecimiento del valor de la inversión. Las diferencias absolutas a las que hacemos referencia se definen, por tanto, como  $\text{Abs}[(1+r_e)^H - (1+r_p)^H]$  donde  $r_p$  es el tipo cupón cero inicial a plazo de  $H$  años vigente en la fecha de constitución de las carteras.

conjunto de plazos, se cifra en 5.66 pp.. El descenso de los tipos de interés fue decreciente con el plazo, alcanzando un máximo de 8.14 pp. para los tipos a muy corto plazo y un mínimo rondando los 4.5 pp. para los plazos superiores a 10 años, en lógica consonancia con el paso de una curva de tipos inicialmente con pendiente negativa a una con pendiente positiva.

La base de datos empleada en este trabajo está formada por los precios de las compraventas simples al contado de Bonos y Obligaciones del Estado y las estimaciones de los tipos cupón cero del mercado de deuda obtenidas por el método de Nelson y Siegel (1987).

Las estrategias testadas se recogen en la tabla 4. Consideramos estrategias sin ninguna referencia a la duración (*ingenua*, *vencim* y *mmabs*), carteras inmunizadas con la duración tradicional (*d1bullt*, *d1barb* y *polin1*) y carteras inmunizadas con la duración tradicional y de *M-Cuadrado* nulo (*polin2*)<sup>13</sup>.

**Tabla 4. Definición de las estrategias de cartera**

<i>Cartera</i>	<i>Descripción</i>
<i>Estrategias no basadas en la duración</i>	
<i>Ingenua</i>	Cartera de todos los bonos
<i>Vencim</i>	Cartera de todos los bonos con vencimiento medio igual al horizonte de planificación
<i>Mmabs</i>	Bono con mínima M-Absoluta
<i>Estrategias basadas en la duración tradicional</i>	
<i>d1bullt</i>	Cartera inmunizada con la duración tradicional y con estructura bullet (compuesta exclusivamente por dos bonos, aquéllos con las duraciones más similares a la amplitud del horizonte planificador)
<i>d1barb</i>	Cartera inmunizada con la duración tradicional y con estructura barbell (compuesta por dos bonos, aquél con la duración más corta y más larga posibles)
<i>polin1</i>	Cartera inmunizada con la duración tradicional
<i>polin2</i>	Cartera inmunizada con la duración tradicional y de M-Cuadrado nulo

<sup>13</sup> Empleamos la denominación de *polin2* por la referencia al modelo polinomial con dos factores de riesgo. Asimismo, la estrategia de duración tradicional se representa por *polin1* por ser la resultante de ajustar la primera de las duraciones del modelo polinomial.

En relación con los pesos de los bonos y las restricciones impuestas por cada estrategia habría que apuntar una cuestión adicional. En todos los casos la inmunización se ha planteado como un ejercicio de igualación de sensibilidades frente a los factores de riesgo a las de un bono cupón cero con vencimiento al final del horizonte planificador, lo que significa que no se han impuesto condiciones de segundo orden sobre el grado de convexidad de las carteras, como asimismo hicieron Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993). Son dos las razones que justifican este proceder. Por una parte, en función de la estrategia y la disposición de los bonos que entran a formar parte de las carteras, a veces es imposible o siempre lo es<sup>14</sup> el construir una cartera que, verificando las condiciones de primer orden de la inmunización (condiciones sobre las duraciones), no incorpore posiciones cortas en algunos de los bonos. En segundo lugar, como ya apuntamos, porque que la evidencia empírica parece mostrar que los efectos de segundo orden de los shocks tienen una importancia marginal en la explicación de los precios y rendimientos. Consecuentemente, a nuestro juicio, la balanza entre las ventajas derivadas de obtener un número significativo de carteras para cada estrategia y las posibles pérdidas de rentabilidad vinculadas a efectos de segundo orden se decanta a favor de las primeras.

Sin embargo, los problemas no acaban aquí ya que, salvo en el caso de las estrategias *mmabs*, *dlbullt* y *dlbarb*, las condiciones de primer orden para la inmunización pueden ser verificadas no sólo por una, sino por varias carteras de bonos y nosotros deseamos elegir una entre todas ellas. Para llevar a cabo esta selección se ha empleado el criterio que más frecuentemente suele aparecer en la literatura empírica: un criterio de máxima diversificación<sup>15</sup>. Concretamente, la cartera elegida en cada momento será aquella que, además de verificar las restricciones que impone cada estrategia, presenta la mínima concentración en los bonos, medida por la suma de los pesos de los bonos al cuadrado. Lógicamente, en el caso de la estrategia *ingenua* este criterio nos lleva a constituir una cartera equidistribuida entre todos los bonos disponibles.

El periodo de tiempo considerado, los ocho años que median entre 1992 y 1999, es muy reducido en comparación con los que suelen considerarse en los trabajos sobre inmunización, por lo que para obtener un número significativo de resultados para cada

---

<sup>14</sup> El caso más evidente es el de las carteras *polin2*. Véase Prisman y Shores (1988).

<sup>15</sup> Tras la búsqueda de la cartera con el menor grado de concentración se encuentra la idea de que es posible reducir el riesgo no sistemático de una posición a través de la diversificación.

estrategia nos hemos visto en la obligación de definir periodos de planificación de reducida amplitud, en concreto de uno, dos y tres años, que además se solapan salvo en un semestre. Hemos considerado interesante la opción de trabajar con periodos de diferente amplitud con el fin de comprobar si a medida que aumenta el horizonte de planificación la inmunización es más efectiva. Como posteriormente veremos, considerar diferentes horizontes nos ha permitido desvelar otras cuestiones de interés.

Las fechas de inicio y fin de los horizontes de planificación se han hecho coincidir con miércoles para reducir al mínimo las posibilidades de elegir días festivos (que suelen caer en jueves o viernes), concretamente con los miércoles más cercanos al final del semestre natural de cada año. No obstante, en caso de que éste fuera festivo, se toma el día anterior, martes.

En lo que se refiere a la frecuencia con que las carteras se reestructuran para verificar las restricciones que impone cada estrategia, comentar que se han llevado a cabo reestructuraciones en todas las fechas en que ha tenido lugar el desembolso de cupones de cualquiera de los bonos incluidos en las carteras<sup>16</sup> y, además, todos los miércoles más cercanos al final de cada trimestre natural. La justificación de estas últimas reestructuraciones en fecha fija es doble. Por una parte, pretendemos evitar que el mayor o menor peso de bonos con periodos de cadencia en el pago de cupón provoque excesivas descompensaciones en el número de reestructuraciones realizadas en las carteras cada año. Por otra parte, todos los finales de semestre la lista de bonos que pueden formar parte de las carteras se actualizará para incorporar los bonos más líquidos y retirar las referencias menos negociadas.

La selección de los bonos para cada semestre se ha realizado atendiendo a dos criterios que nos dan cuenta de la liquidez: (i) por una parte, se ha exigido que la negociación media a lo largo del semestre de los bonos elegidos *no sea inferior al 2.5%* de la operativa entre titulares con Bonos y Obligaciones y (ii) por otra, los bonos seleccionados han de cotizarse durante al menos *diez días en cada mes* del semestre. Una vez aplicado este doble filtro, se han incluido ciertos bonos en ciertos semestres de los que inicialmente quedan excluidos si con ello se conseguía alguno de los siguientes dos objetivos: (i) no producir discontinuidades en el conjunto de semestres para los que

---

<sup>16</sup> Ningún bono vence dentro de los semestres en donde ha superado el filtro de liquidez. Por ello, sólo hablamos de la posibilidad de pagos por cupones.

se selecciona una misma referencia (ii) contar con un número significativo de bonos para cada semestre.

Las referencias seleccionadas según este filtro se caracterizan por tener una única fecha de amortización, no incluir opciones de amortización, presentar cupones fijos y tener una amortización a la par; adicionalmente, algunos bonos presentan cadencia en el cobro de cupones. La falta de liquidez de las referencias con un reducido periodo hasta la amortización ha provocado la ausencia de referencias a corto plazo en las listas de bonos elegibles, por lo que en nuestra selección de bonos puede asegurarse la ausencia de *bonos-vto*.

Dados los cambios en la lista de bonos disponibles en cada semestre, los bonos que integran las carteras al principio y al final del horizonte de planificación suelen diferir, en mayor medida cuanto mayor es la amplitud del horizonte de planificación. No obstante, es importante destacar que todas las estrategias han podido contar con los mismos bonos para formar sus carteras en cada momento del tiempo, por lo que la obtención de diferentes resultados no depende de esta cuestión.

Por último, queda por comentar de qué forma se analizará la capacidad inmunizadora de cada estrategia. A este respecto, con el fin de poder comparar los resultados obtenidos para los diferentes periodos de planificación (de 1, 2 y 3 años), hemos optado por computar rentabilidades anualizadas. De esta forma, la rentabilidad generada por cada cartera en tasa anual de capitalización compuesta con base 365 días será comparada con el tipo cupón cero correspondiente a cada plazo construido sobre la misma base y ley de capitalización.

En lo que se refiere al indicador empleado, recurriremos a las diferencias absolutas entre el rendimiento efectivo y el tipo cupón cero y, con el fin de no perder información al trabajar con un sólo indicador que sintetice los resultados, estas desviaciones absolutas se representarán mediante gráficos de cajas<sup>17</sup>. No obstante, si hemos de tomar una sola cifra recurriremos a la mediana. Es importante destacar que al

---

<sup>17</sup> Los gráficos de cajas informan del nivel, la variabilidad y la asimetría de la variable sometida a examen. Las cajas recogen la amplitud inter-cuartil de la variable (esto es, el límite inferior de la caja representa el valor por encima del cual se sitúan el 75% de las observaciones y el límite superior de la caja el valor por debajo del cual se sitúan el mismo porcentaje de los casos). Las líneas que se extienden hacia arriba y hacia abajo partiendo de los extremos de la caja, denominadas comúnmente *bigotes*, alcanzan los valores más altos y más bajos siempre y cuando estos no excedan de 1.5 veces el rango inter-cuartílico contado a partir de los extremos superior e inferior de las cajas, respectivamente. Destacar, por último, que la línea vertical que divide en dos partes las cajas da cuenta de la mediana de la variable.

trabajar con diferencias absolutas asumimos que toda diferencia entre las rentabilidades objetivo y efectiva es algo negativo, no pudiendo ser de otro modo por coherencia con el diseño de nuestras estrategias de inmunización.

Construyendo las carteras definidas por las estrategias de la tabla 4 para los 15, 13 y 11 horizontes de planificación solapados de 1, 2 y 3 años, respectivamente, que se pueden definir en el periodo 1992 a 1999, llevando a cabo las reestructuraciones pertinentes y, finalmente, computando las diferencias en valor absoluto entre las rentabilidades anualizadas efectivas y prometidas, obtenemos para las siete estrategias los resultados que se muestran en la figura 2. Lógicamente, cuando más estrecha sea la caja correspondiente a una estrategia y más se acerque al eje de abscisas, hemos de interpretar que mayor es su capacidad inmunizadora.

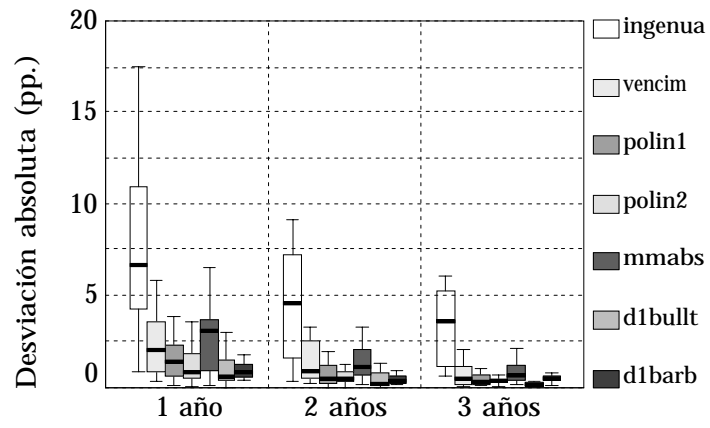
Como se aprecia claramente, las diferentes estrategias mantienen un orden bastante estable para los tres horizontes considerados, siendo además un hecho palpable que, para todas ellas, a medida que aumenta el horizonte de planificación menores son las desviaciones entre la rentabilidad efectiva y la prometida. Entendemos que ello es debido a que cuanto mayor es el periodo de planificación mayor es la posibilidad de que tengan lugar desplazamientos de la curva de tipos en un sentido y en el contrario que reducen, finalmente, el riesgo de toda posición.

Entrando al detalle de las estrategias, como cabía esperar, los peores resultados corresponden a las carteras *ingenua*, que no impone restricción alguna en relación con el riesgo asumido por las carteras; en un segundo lugar estarían las carteras de mínima *M-Absoluta* y las de *vencimiento*. A éstas sucederían, procurando una mayor inmunización, las estrategias basadas en modelos de duración, ofreciendo de entre ellas los peores resultados la estrategia de máxima diversificación e inmunización tradicional (*polin1*) y los mejores la estrategia *d1bullet*; entre ambas se situarían las estrategias *d1barbell* y *polin2* en un orden que varía en función del horizonte de planificación elegido. Concretamente, cuanto menor es el horizonte de planificación tanto peores son los resultados de la estrategia *polin2* en relación con la *d1barbell*.

Comparando estos resultados con los obtenidos con Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993) en lo que se refiere al comportamiento de las estrategias *d1bullet* y *d1barb*, en nuestro caso sí se detecta una ligera ventaja a favor de las carteras *d1bullet* trabajando con precios reales.

Por otro lado, que la estrategia de mínima *M-Absoluta* ofrezca incluso peores resultados que la estrategia de *vencimiento* contrasta fuertemente con los resultados

**Figura 2. Capacidad inmunizadora de las estrategias**



obtenidos por Nawalkha y Chambers (1996). Para analizar el porqué del mal comportamiento de esta estrategia que no inmuniza frente a ninguna fuente de riesgo en particular sino que pretende que globalmente el riesgo sea mínimo, es de interés evaluar el riesgo al que se han enfrentado las carteras *mmabs* en relación con el resto de carteras.

En la figura 3 hemos representado, con los rótulos *gap1s* (primer gráfico), *gap2s* y *gap3s* (segundo gráfico) el riesgo al que se han enfrentado las carteras ante cambios en el nivel, la pendiente y la curvatura de la ETTI, respectivamente, según el modelo polinomial de Chambers y Carleton (1988) y Prisman y Shores (1988)<sup>18</sup>. Los *gaps* se definen como la diferencia en valor absoluto entre las duraciones polinomiales (reales) de la cartera y las duraciones inmunizadoras, multiplicada por la desviación típica de cada factor de riesgo (obtenida para el conjunto del periodo 1992 a 1999 a partir de los desplazamientos semanales no anticipados de la curva de tipos en tanto por uno). Los *gaps* cuantifican el riesgo<sup>19</sup> al que se enfrentan las carteras como consecuencia de *shocks* independientes en cada factor de riesgo. Más concretamente, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{gap1s} &= |D_{p1} - H| \sigma_{\Delta \text{nivel}} \\ \text{gap2s} &= |D_{p2} - H^2| \sigma_{\Delta \text{pendiente}} \\ \text{gap3s} &= |D_{p3} - H^3| \sigma_{\Delta \text{curvatura}} \end{aligned} \quad [10]$$

donde las duraciones polinomiales responden a la expresión general:

$$D_{p_s} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^v F_i i^s \exp(-\tau_i i) \quad [11]$$

con  $s = 1, 2, 3$ .

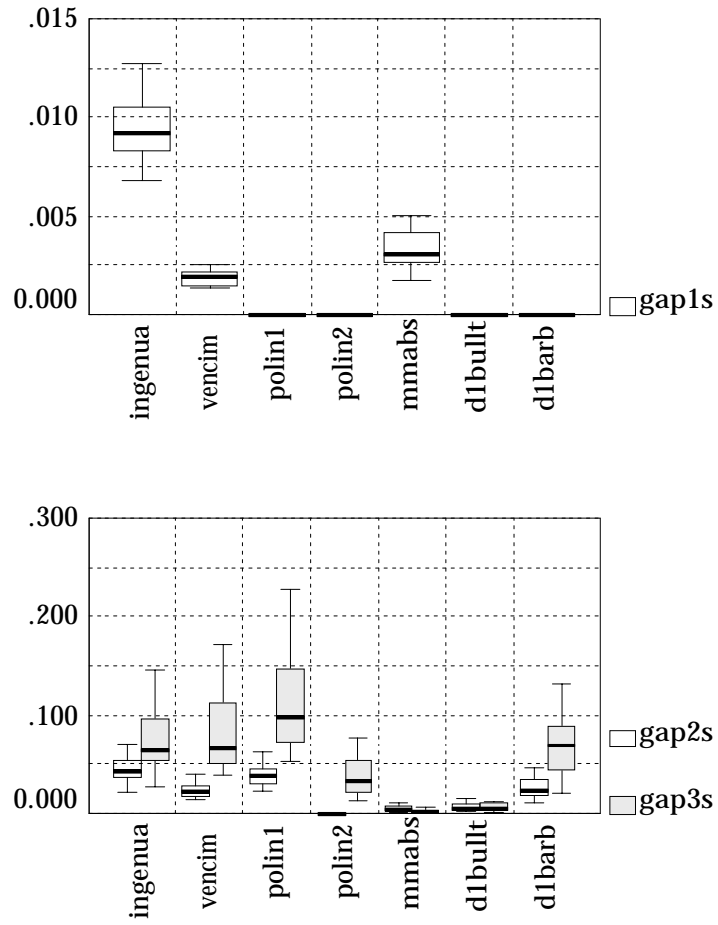
---

<sup>18</sup> Los *gaps* se han definido a partir de las duraciones reales y objetivo del modelo polinomial por el hecho de que las estrategias *dlbullt*, *dlbarb*, *polin1* y *polin2* pueden entenderse como casos particulares del mismo.

<sup>19</sup> Los *gaps* se han computado en la fecha de la última recomposición de las carteras, pues éstos resultan más homogéneos que los obtenidos en otras fechas. Por ejemplo, en la fecha de constitución de las carteras las duraciones correspondientes a los horizontes de mayor amplitud pueden llegar a ser mucho mayores que las correspondientes a horizontes más cortos y asimismo lo son los *gaps*. La otra alternativa extrema, que sería tomar los *gaps* al finalizar el horizonte de planificación no nos resulta más adecuada en la medida en que se registran para los riesgos inmunizados *gaps* significativos como consecuencia del desajuste entre las duraciones reales y las objetivo.



Figura 3. Riesgo de las carteras



Como se aprecia en la figura, entre todos los *gaps*, es el correspondiente al cambio en el nivel de la curva de tipos el que en mayor medida nos explica el porqué de las estrategias que peor se comportan, lo cual es lógico, pues la evidencia empírica ha puesto de manifiesto en repetidas ocasiones que el mayor riesgo suele proceder de los cambios en el nivel de la curva de tipos.

Así, como se observa, la estrategia *ingenua* es la que presenta un mayor riesgo frente al factor de nivel y es la que peores resultados ha ofrecido en la inmunización. A ella le siguen, en este orden, las estrategias *mmabs* y *vencimiento*. Este hecho y la mayor ventaja que presenta la estrategia de mínima *M-Absoluta* frente a la de *vencimiento* en el resto de *gaps* justificarían que *M-Absoluta* se comporte en general sólo ligeramente peor que la estrategia de *vencimiento*.

Lógicamente, para las carteras inmunizadas con la duración tradicional los *gaps* con respecto al factor de nivel se anulan, por lo que las diferencias proceden de la exposición a las restantes fuentes de riesgo. Como se observa en la figura 3, la magnitud de los *gaps* de estas carteras guarda una estrecha relación con su capacidad inmunizadora: el mayor riesgo lo presenta la estrategia *polin1*, seguida de las estrategias *d1barb* y *polin2* y, finalmente, son las carteras *d1bullt* las que menor riesgo presentan y mejores resultados mostraron en la inmunización. El orden únicamente se rompe en el caso de la estrategia *polin2*, que presenta mejores *gaps* que la *d1barb* pero que en la inmunización se comporta de forma similar y la pregunta inmediata es ¿por qué?. La explicación se encuentra en las dificultades detectadas en la estrategia *polin2* para construir una cartera que verifique las restricciones que se le imponen.

No obstante, no es sólo la estrategia *polin2* la que se ha enfrentado a este problema, sino también, y en mayor medida, la estrategia *d1bullt*, aunque ello no ha terminado afectado de una forma tan crucial a sus resultados ya que el riesgo al que estaban sujetas las carteras construidas según esta estrategia ha sido muy significativamente inferior al del resto de carteras. Como consecuencia de este menor riesgo, la mediana de las desviaciones absolutas de las carteras *d1bullt* ha permanecido como la más baja de todas las carteras. Ahora bien, como se observa en la figura 2, la dificultad que comentamos ha llevado a que las diferencias entre las rentabilidades efectiva y prometida por las carteras *d1bullt* muestren, junto con las correspondientes a las carteras *polin2*, los mayores aumentos relativos de la dispersión dentro del grupo de estrategias basadas en la duración a medida que los horizontes de planificación son menores.

Para ilustrar el problema, en la figura 4 hemos representado el grado de concentración de las carteras construidas según cada estrategia al inicio de los periodos de planificación (nótese el cambio de escala del primer gráfico).

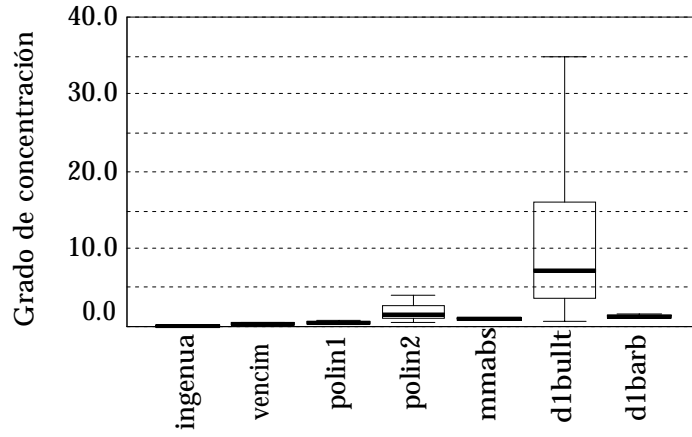
Como es lógico, la estrategia *ingenua* es la que genera las carteras de mayor diversificación puesto que no incorpora ninguna restricción, y con un grado de concentración exactamente igual a 1, lo que significa que estamos ante una cartera formada por un solo bono, se encuentran las carteras de mínima *M-Absoluta*. Dejando al margen estas dos estrategias, la figura 4 evidencia, claramente, que dentro de una tendencia marcada por el aumento de las medianas y la dispersión del grado de concentración conforme desciende la amplitud del horizonte de planificación, en los horizontes de un año el grado de concentración que alcanzan las carteras *polin2* y, en mayor medida, las *dlbullt*, llega a ser muy considerable<sup>20</sup>.

Justificando estas cifras se encuentra el hecho de que prácticamente ninguno de los bonos seleccionados según el filtro de liquidez tiene un plazo de vencimiento corto y, por tanto, puede llegar a ser difícil diseñar una cartera que exclusivamente a partir de bonos a medio y largo plazo logre imitar la sensibilidad de un bono cupón cero de plazo corto. Lógicamente, este hecho se produce con mayor intensidad cuanto menor es el horizonte remanente, mayor es el número de restricciones que se incorporan al programa de inmunización y cuanto más similares son los bonos en los que puede invertirse. Así, no extraña que sean las estrategias *dlbullt* y *polin2* las que hayan llamado nuestra atención.

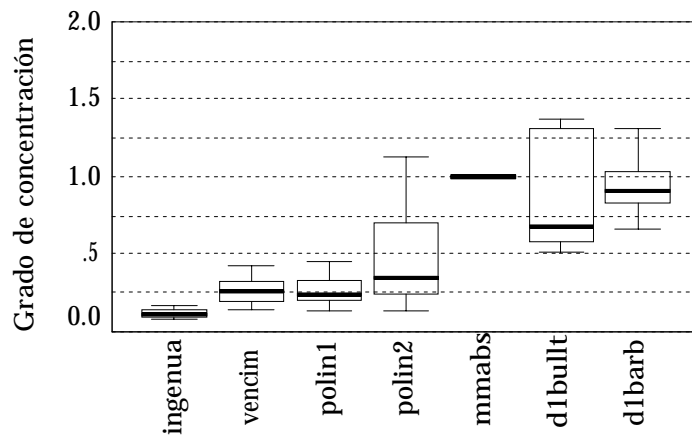
Previsiblemente, estos problemas se han de resolver al incorporar en las carteras un bono con vencimiento cercano al fin del horizonte planificador. En nuestro caso, un *bono-vto* para cada periodo de inversión. Como veremos a continuación, el acceso a estos bonos no sólo elimina las dificultades que hemos identificado para construir o reestructurar las carteras inmunizadas cuando los horizontes remanentes son reducidos sino que, además, consigue reducir muy significativamente el riesgo al que estaban expuestas absolutamente todas las carteras. Todo ello constituye una justificación a la regularidad empírica detectada, entre otros, por Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993).

**Figura 4. Grado de concentración en las carteras**

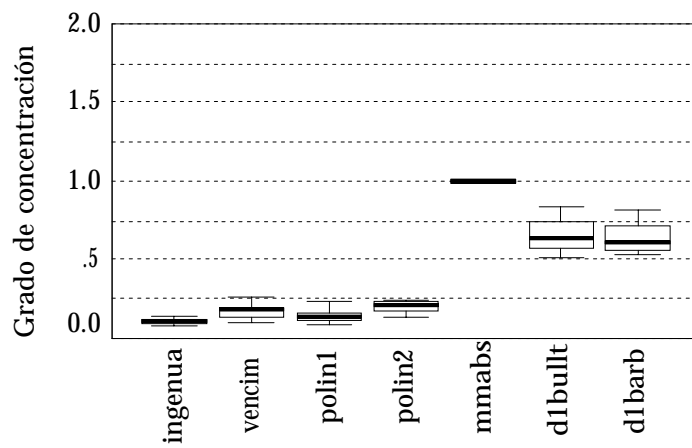
*Horizontes de planificación de 1 año*



*Horizontes de planificación de 2 años*



*Horizontes de planificación de 3 años*



La primera tarea es definir e identificar los *bonos-vto* que estarán disponibles en cada semestre. Una primera restricción que imponemos es que el vencimiento de los mismos sea posterior al final de cada semestre natural con el fin de evitar que justamente cuando más se necesita el bono a corto plazo desaparezca de la lista de bonos disponibles. En segundo lugar, si queremos que nuestros bonos a corto plazo sean realmente *bonos-vto*, es decir, que sus vencimientos estén realmente cercanos al final de los diferentes horizontes de planificación, hemos de establecer un límite a la diferencia entre el vencimiento de los *bonos-vto* y el final de los semestres naturales, ya que en el mercado español de deuda pública el número de referencias es reducido y, por tanto, los vencimientos son escasos<sup>21</sup>. Concretamente, el límite entre el vencimiento del *bono-vto* y el fin de los semestres se ha fijado en un mes, de tal forma que los *bonos-vto* se definen como aquéllos cuyo vencimiento no supera en más de un mes el fin del horizonte planificador.

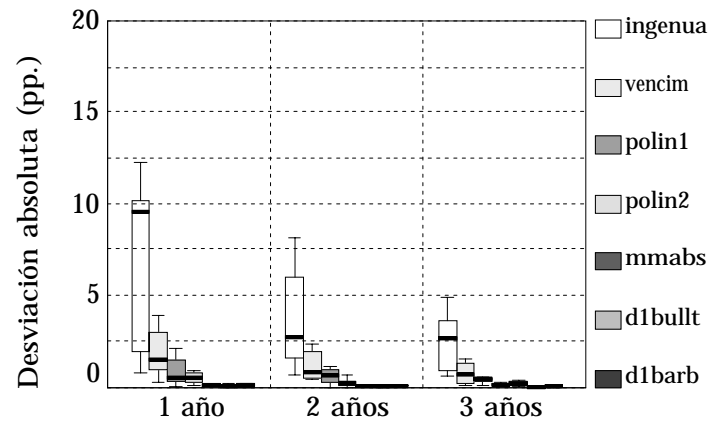
La incorporación estos bonos nos obliga a redefinir las estrategias *dIbullt* y *dIbarb*. Siguiendo, de nuevo, las definiciones de Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993), la primera consistirá en una cartera inmunizada con la duración tradicional formada por el *bono-vto* y otro bono con duración estrictamente superior al fin del horizonte planificador pero lo más cercana posible. Por su parte, las carteras *dIbarb*, también inmunizadas según el modelo tradicional, estarán formadas por el *bono-vto* y el bono con la mayor duración.

Los nuevos resultados obtenidos por las estrategias consideradas, ahora incluyendo el *bono-vto* entre los bonos disponibles para formar las carteras, se recogen en la figura 5, en donde hemos mantenido la misma escala que en la figura 2. Con el fin de comparar más fácilmente los resultados con los obtenidos anteriormente, en la tabla 5 recogemos las medianas de las desviaciones absolutas entre los rendimientos efectivos y prometidos para cada estrategia y añadimos columnas con el *ranking* de las diferentes estrategias atendiendo, exclusivamente, a estas medianas. No obstante, ha de recordarse que la dispersión de las desviaciones es igualmente importante para determinar la capacidad inmunizadora de cada estrategia.

---

<sup>21</sup> De hecho, una de las razones que han justificado que los periodos de planificación tengan su fin al finalizar los semestres naturales, ha sido poder incorporar el mayor número posible de *bonos-vto*. Desgraciadamente, a pesar de nuestras cautelas, no ha sido posible definir *bonos-vto* para todos los horizontes de planificación, con lo que su número se ha reducido a 7, 7 y 6 periodos de planificación de amplitud 1, 2 y 3 años respectivamente.

Figura 5. Capacidad inmunizadora de las estrategias incluyendo el bono-vto



La ordenación entre las diferentes estrategias atendiendo a su capacidad inmunizadora en el conjunto de horizontes de planificación es, salvo por una estrategia, idéntica a la que obteníamos con anterioridad. La sorpresa viene, precisamente, de la mano de las carteras de mínima *M-Absoluta*, que pasan de estar relegadas tras la estrategia de *vencimiento* a situarse por delante de la estrategia *polin2* (salvo en el caso de los horizontes de planificación de 3 años) cuando se admite la posibilidad de invertir en el *bono-vto*. De hecho, de entre todas las estrategias de inmunización, la *mmabs* es, tras la estrategia de *vencimiento*, la que experimenta las mejoras más sustanciales en su capacidad inmunizadora. Ahora sí se sitúa al nivel que cabía esperar de ella, lo cual no es hecho accidental, ya que entre los bonos simulados por Nawalkha y Chambers (1996 y 1997) no dejaba de faltar un *bono-vto* como ya comentamos. Consecuentemente, para el conjunto de los periodos de planificación las estrategias *d1bullt* y *d1barb* se sitúan en el primer puesto de la ordenación, seguidas de las estrategias *mmabs*, *polin2*, *polin1* y, finalmente, estarían las estrategias de *vencimiento* e *ingenua*.

**Tabla 5. Desviaciones absolutas de las carteras con y sin el bono-vto**

<i>Estrategia</i>	<i>H=1 año</i>		<i>H=2 años</i>		<i>H=3 años</i>	
	<i>Mediana</i>	<i>Orden</i>	<i>Mediana</i>	<i>Orden</i>	<i>Mediana</i>	<i>Orden</i>
<i>Carteras con el bono-vto</i>						
<i>ingenua</i>	9.594	14	2.745	13	2.647	13
<i>vencim</i>	1.498	10	0.850	10	0.729	12
<i>polin1</i>	0.569	5	0.681	9	0.461	8
<i>polin2</i>	0.554	4	0.274	5	0.153	3
<i>mmabs</i>	0.137	3	0.111	3	0.228	5
<i>d1bullt</i>	0.089	1	0.079	1	0.026	1
<i>d1barb</i>	0.108	2	0.105	2	0.085	2
<i>Carteras sin el bono-vto</i>						
<i>ingenua</i>	6.600	13	4.546	14	3.590	14
<i>vencim</i>	2.019	11	0.906	11	0.506	10
<i>polin1</i>	1.405	9	0.490	8	0.314	6
<i>polin2</i>	0.855	8	0.482	7	0.388	7
<i>mmabs</i>	3.052	12	1.120	12	0.654	11
<i>d1bullt</i>	0.582	6	0.228	4	0.170	4
<i>d1barb</i>	0.825	7	0.385	6	0.484	9

Es importante destacar que la incorporación de los *bonos-vto* ha provocado que la capacidad inmunizadora de casi todas las estrategias mejore si nos atenemos a las medianas de las desviaciones absolutas; considerando la dispersión, podemos incluso afirmar que los resultados de todas ellas han mejorado.

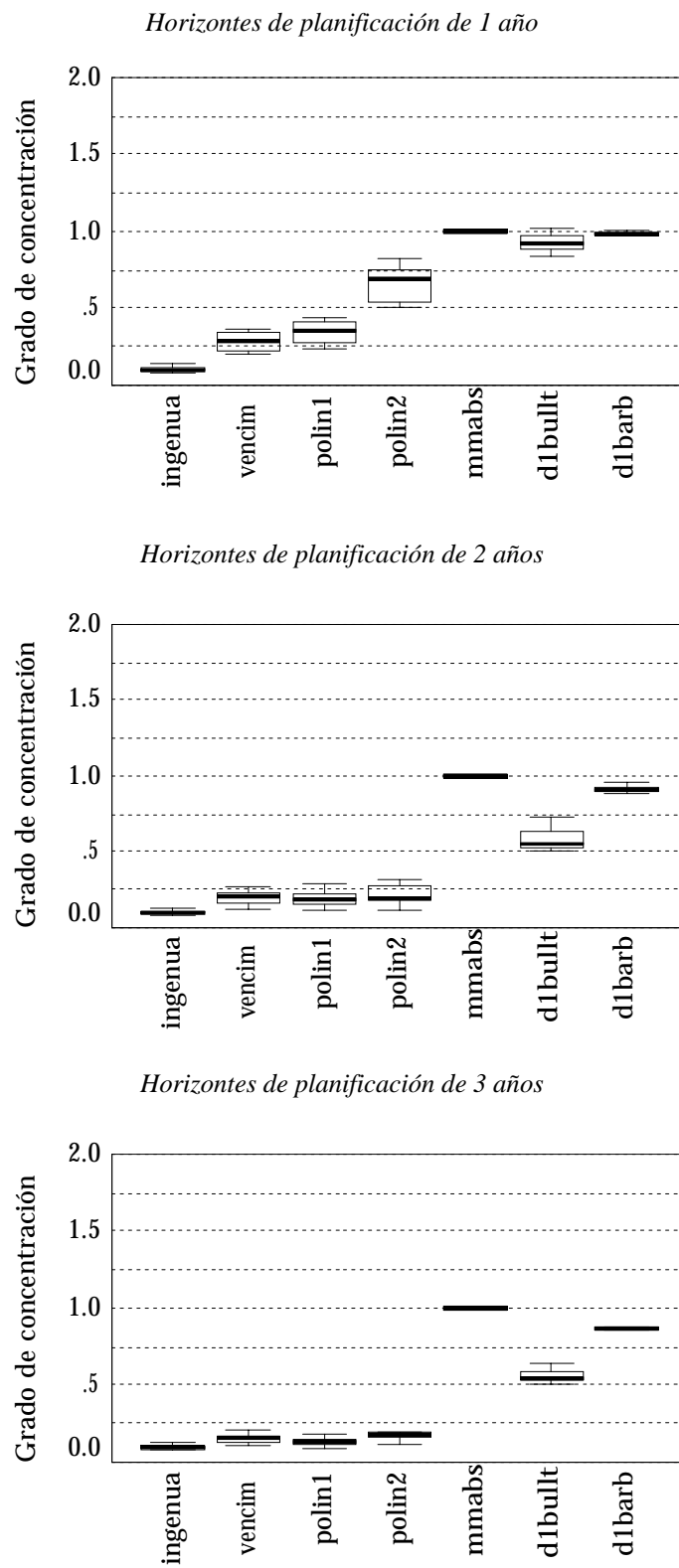
Tras este perfeccionamiento de los resultados se encuentra, por una parte, la mayor facilidad para construir las carteras inmunizadas cuando los horizontes de planificación remanentes son reducidos. Así, como se observa en la figura 6, han desaparecido los problemas que presentaban las estrategias *polin2* y *d1bullt* para los horizontes de 1 y 2 años y, como se muestra en la tabla 6, en donde se comparan las medianas de los grados de concentración de las carteras cuando se incluye el *bono-vto* y cuando no se hace, en todas las estrategias (salvo la *d1barb* en horizontes de 3 años y la *mmabs*, que está completamente concentrada en un sólo bono) el grado de concentración de las carteras ha descendido.

**Tabla 6. Grado de concentración en las carteras con y sin el bono-vto**

<i>Estrategias</i>	<i>H=1 año</i>	<i>H=2 años</i>	<i>H=3 años</i>
<i>Carteras con el bono-vto</i>			
<i>ingenua</i>	0.100	0.100	0.096
<i>vencim</i>	0.287	0.207	0.156
<i>polin1</i>	0.351	0.185	0.127
<i>polin2</i>	0.695	0.192	0.175
<i>mmabs</i>	1.000	1.000	1.000
<i>d1bullt</i>	0.923	0.551	0.538
<i>d1barb</i>	0.982	0.908	0.867
<i>Carteras sin el bono-vto</i>			
<i>ingenua</i>	0.111	0.111	0.111
<i>vencim</i>	0.371	0.259	0.184
<i>polin1</i>	0.469	0.236	0.139
<i>polin2</i>	1.512	0.344	0.208
<i>mmabs</i>	1.000	1.000	1.000
<i>d1bullt</i>	7.173	0.684	0.646
<i>d1barb</i>	1.298	0.913	0.618



**Figura 6. Grado de concentración en las carteras que incluyen el bono-vto**



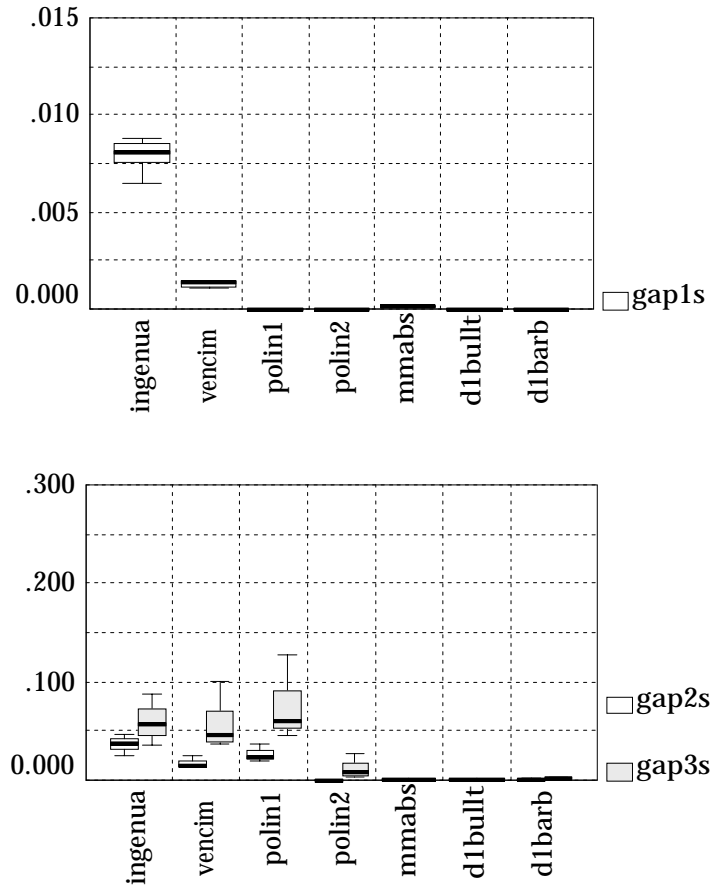
Dado que parte del aumento de la diversificación se debe al hecho de haber incluido un bono adicional en las carteras, podemos afirmar que las estrategias beneficiadas a este nivel por la inclusión del *bono-vto* son básicamente las *polin2* y *dlbullt* y, en menor medida, la *dlbarb*, y sobre todo en los horizontes de 1 año, lo cual es lógico ya que, como se comentó, la aparición de dificultades a la hora de construir las carteras se relaciona inversamente con la amplitud del horizonte remanente. Es por ello que cuanto menores son los horizontes de planificación fijados inicialmente y, por tanto, mayor es la parte de los mismos en donde los horizontes remanentes son pequeños, mayor ha sido la mejora que se ha producido en la capacidad inmunizadora de estas tres estrategias.

Pero no sólo algunas de las carteras son más fáciles de construir cuando los horizontes son cortos sino que, además, absolutamente en todas las carteras los *gaps*, que recogemos en la figura 7, han descendido, y en algunos casos de una forma muy considerable.

Así, fijándonos en la tabla 7, podemos comprobar que en el caso de los *gaps* ligados con el factor de nivel, que es el que tiene un mayor impacto sobre los resultados, el mayor descenso se produce en el caso de la estrategia de mínima *M-Absoluta*, lo cual explicaría la sorprendente mejora de su capacidad inmunizadora al incorporar el *bono-vto*. De hecho, según el tamaño de sus nuevos *gaps* con respecto a los tres factores de riesgo se situaría tras las carteras *dlbullt* y *dlbarb* y antes de la estrategia *polin2*, como de hecho ocurre en nuestra ordenación de las estrategias que tienen la posibilidad de incluir *bonos-vto* en función de su capacidad inmunizadora. En el resto de *gaps*, las reducciones que experimenta la cartera de mínima *M-Absoluta* son las menores de todas las que se registran y, así, podemos reafirmarnos en la idea de que era la excesiva exposición a los cambios en el nivel de la curva de tipos que presentaban las carteras de mínima *M-Absoluta* sin posibilidad de incluir el *bono-vto* lo que explicaba su mal comportamiento en la inmunización.

Pero en relación con éste nos surge una incógnita que aún no hemos descifrado: el porqué del rápido empeoramiento de los resultados de esta estrategia a medida que descendían los horizontes de planificación cuando no existía la posibilidad de elegir el *bono-vto*. Dado el buen comportamiento de la estrategia *mmabs* para todos los horizontes de planificación cuando sí existe dicha posibilidad, es evidente que el análisis de en qué se diferencian las carteras *mmabs* con posibilidad o no incluir el *bono-vto* nos ha de permitir encontrar una respuesta a la pregunta formulada. En última

Figura 7. Riesgo en las carteras que incluyen el bono-vto



**Tabla 7. Gaps de duración de las carteras con el bono-vto y sin él**

<i>Estrategia</i>	<i>gap1s</i>	<i>gap2s</i>	<i>gap3s</i>
<i>Carteras con el bono-vto</i>			
ingenua	0.808	3.653	5.563
vencim	0.138	1.463	4.558
polin1	0.000	2.280	5.903
polin2	0.000	0.000	0.824
mmabs	0.012	0.005	0.000
d1bullt	0.000	0.014	0.008
d1barb	0.000	0.077	0.163
<i>Carteras sin el bono-vto</i>			
ingenua	0.918	4.175	6.358
vencim	0.188	2.207	6.537
polin1	0.000	3.775	9.800
polin2	0.000	0.000	3.232
mmabs	0.301	0.418	0.146
d1bullt	0.000	0.525	0.497
d1barb	0.000	2.260	6.850

Obs.: Los gaps se han multiplicado por 100.

instancia, esta tarea es tan sencilla como saber en qué casos el bono con mínima *M-Absoluta* ha sido el *bono-vto*.

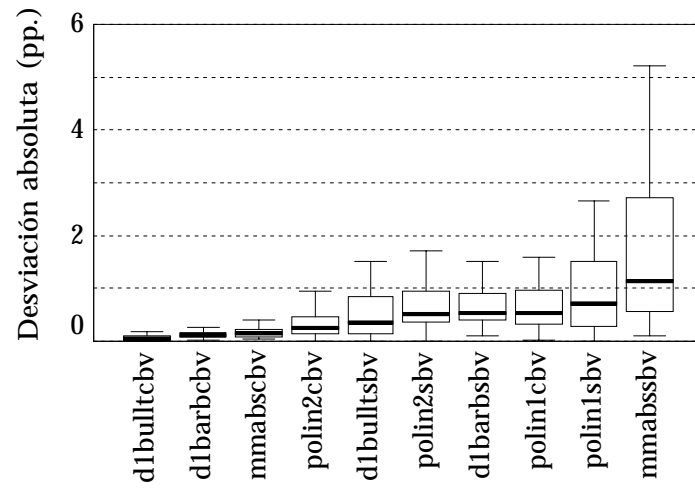
Comparando la composición de las carteras *mmabs* cuando se permite o no invertir en el *bono-vto*, obtenemos que en la fecha de constitución de las carteras con horizonte de planificación de 3 años sólo en un 16.7% de los periodos el bono de mínima *M-Absoluta* es el *bono-vto*; si los horizontes son menores, de 2 años, el porcentaje asciende a un 28.6%; finalmente, en el 100% de los horizontes de planificación de 1 año el bono con mínima *M-Absoluta* es el *bono-vto*. Lógicamente, si tomamos en vez de la fecha de inicio de los horizontes de planificación las fechas de la última reestructuración de las carteras obtenemos también que en el 100% de los casos el bono de mínima *M-Absoluta* es el *bono-vto*. En definitiva, cuanto menor es el horizonte de planificación mayor es la tendencia a que el bono con menor *M-Absoluta* sea el *bono-vto*, o al revés, cuanto mayor es el horizonte en menor medida el bono con

mínima *M-Absoluta* vendrá a ser el *bono-vto*, lo cual es lógico, ya que cuanto mayor es el horizonte menor es el peso del principal en el esquema de flujos actualizado del bono y, por ello, en menor medida el vencimiento determinará el valor de la *M-Absoluta*. Consecuentemente, las carteras *mmabs* sin posibilidad de incorporar el *bono-vto* tienden a ser diferentes de las que sí pueden incorporarlo cuanto menor es el horizonte de planificación remanente y, de ahí, que los resultados en materia de inmunización de ambas difieran en mayor medida cuanto menor es el horizonte. Apoyándonos en este argumento, podemos afirmar que la razón por la cual las carteras de mínima *M-Absoluta* sin el *bono-vto* presentan peores resultados a medida que desciende el horizonte de planificación es que en los horizontes cortos los bonos a medio y largo plazo presentan una exposición excesiva al riesgo. Lógicamente, cuanto mayor es el horizonte de planificación, menor es la importancia del periodo de tiempo en que tiene lugar esta situación y, por tanto, mejores son los resultados de la estrategia.

En definitiva, para que la estrategia *mmabs* sea eficaz es necesario que se permita la posibilidad de incluir el *bono-vto* cuando los horizontes de planificación remanentes son reducidos ya que, de lo contrario, las carteras quedarán demasiado expuestas al riesgo de interés, sobre todo al derivado de cambios en el nivel de la curva de tipos. Alternativamente, la estrategia de mínima *M-Absoluta* podría incorporar, como propusieron Balbás e Ibáñez (1998) para su estrategia basada en la *N* (que, como vimos, coincidía en definición con *M-Absoluta*), una restricción sobre la duración tradicional para inmunizar la cartera frente a los cambios en el nivel de la curva de tipos y, así, eliminar su fatal exposición. Por supuesto, la conclusión de Nawalkha y Chambers (1996) de que la importancia relativa de los diferentes desplazamientos registrados por la ETTI determina el grado de inmunización de las carteras de mínima *M-Absoluta* resulta incompleta. La exposición de las carteras al riesgo procedente de cada tipo de desplazamiento es igualmente relevante para los resultados de la estrategia.

Finalmente, podemos servirnos de la tabla 5, la figura 2 y la figura 5 para tratar de establecer un orden entre todas las carteras consideradas, tanto incluyendo como no el *bono-vto*. A la vista de los resultados podemos afirmar que las carteras más inmunizadas son las *d1bullt-cbv*, seguidas siempre a una mínima distancia por las *d1barb-cbv*. Tras ellas, se situarían las carteras *mmabs-cbv*, *polin2-cbv* y *d1bullt* y, con un peor comportamiento, las carteras *polin2*, *d1barb* y *polin1-cbv*. Los últimos puestos de la clasificación corresponden, en orden, a las carteras *polin1*, el grupo de carteras de *vencim*, *vencim-cbv* y *mmabs* y, finalmente, a las estrategias *ingenuas*. En la figura 8, en donde representamos los resultados de las estrategias anteriores (salvo las *ingenuas* y

**Figura 8. Grado de inmunización de las estrategias con y sin el bono-vto**



Obs.: cbv hace referencia a las carteras con el bono-vto y sbv a las carteras sin él.

las de *vencimiento*) agrupando los resultados correspondientes a todos los horizontes de planificación, puede observarse también esta misma ordenación.

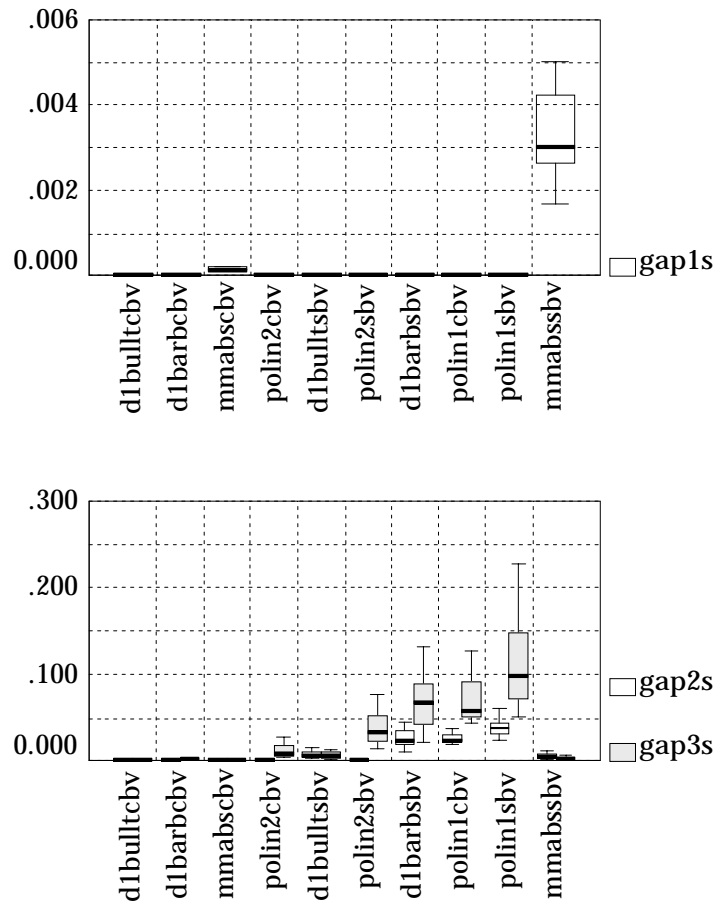
Como se ha justificado, las dificultades encontradas para construir algunas carteras cuando no existe la posibilidad de incluir el *bono-vto* y, sobre todo, la exposición al riesgo que presentan las diferentes carteras son los elementos que explican la ordenación. La figura 9 muestra claramente la vinculación entre el grado de exposición de las carteras y la ordenación de las mismas en función de su capacidad inmunizadora.

Centrándonos en el orden de las carteras *dlbullt-cbv* y *dlbullt*, *dlbarb-cbv* y *dlbarb*, podemos afirmar que es prácticamente idéntico al obtenido por Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993) para el caso de bonos reales. Así, nuestros resultados apoyan su afirmación de que “*forzar a que la cartera incluya un bono con vencimiento igual horizonte planificador remanente perfecciona el comportamiento de la cobertura*” (Bierwag y otros 1993, p. 1163). Ello lo hemos podido comprobar no sólo con las carteras anteriores sino también con el resto de carteras.

No obstante, su conclusión de que “*la inclusión del bono-vto añade más al funcionamiento de la cobertura que el control de M-Cuadrado*” (Bierwag y otros, 1993, p. 1163) ha de ser matizada, ya que las carteras de máxima diversificación que incluyen el *bono-vto* inmunizadas con la duración tradicional (*polin1-cbv*) no han mostrado un grado de inmunización superior al de las carteras inmunizadas con la duración tradicional y de *M-Cuadrado* nulo que no incluyen el *bono-vto* (*polin2-sbv*). Para alcanzar el objetivo de inmunización casi perfecta con carteras que incluyen el *bono-vto* y se inmunizan con el modelo tradicional es necesario incorporar restricciones adicionales sobre la estructura de la cartera. A la vista de nuestros resultados y los de Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993), una estructura *bullet* o *barbell* permite acercarnos al objetivo perseguido.

En cualquier caso, el hecho de que las carteras inmunizadas con la duración tradicional y de *M-Cuadrado* nulo no ofrezcan mejores resultados que otras carteras inmunizadas con la duración tradicional (como es el caso de *dlbarb* y *dlbullt*) tanto cuando se considera como no la posibilidad de incluir el *bono-vto*, nos permite afirmar que *M-Cuadrado* en nuestro caso no se ha mostrado como una medida completa, ni tampoco la más apropiada, del riesgo de inmunización.

**Figura 9. Riesgo en las carteras con y sin el bono-vto**





## 5. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado la influencia que la estructura de cartera tiene sobre los resultados de un programa de inmunización. Con este fin, haciendo uso de las cotizaciones de los Bonos y Obligaciones del Estado y de la serie de tipos cupón cero del mercado español de deuda pública entre los años 1992 y 1999 se han construido, por una parte, carteras bullet, barbell, de máxima dispersión entre bonos y de *M-Cuadrado* nulo inmunizadas según el modelo de duración tradicional y, por otra, las mismas carteras pero contemplando la posibilidad de incluir un bono con vencimiento cercano al fin del horizonte planificador (*bono-vto*).

Los resultados obtenidos nos muestran que la estructura de cartera no es una cuestión trivial para la inmunización. Así, por ejemplo, de entre las carteras inmunizadas con la duración tradicional las bullet y barbell ofrecen un grado de inmunización superior al de las carteras que presentan la máxima diversificación entre bonos. Además, la inclusión de un bono a corto plazo es necesaria para evitar problemas de constitución de algunas carteras cuando el periodo que resta hasta la liquidación de la inversión es reducido.

La inclusión en las carteras del *bono-vto*, además de eliminar estas dificultades, provoca reducciones significativas en el grado de exposición al riesgo de las carteras que redundan en una mayor inmunización. Es más, constituye un requisito indispensable para el buen comportamiento de estrategias tales como la basada en la *M-Absoluta* en donde no se inmuniza el riesgo derivado de cambios en el nivel de la curva de tipos. No obstante, es importante destacar que el *bono-vto* no es siempre el bono con mínima dispersión (medida por *M-Absoluta*), sino sólo cuando los horizontes de planificación son cortos.

Los resultados obtenidos en relación con *M-Cuadrado* han desvelado ciertas insuficiencias del indicador como medida del riesgo de inmunización. Por una parte, hemos podido comprobar que si existe la posibilidad de incluir el *bono-vto* las carteras de mínima *M-Absoluta* dan muestras de un mayor grado de inmunización que las de *M-Cuadrado* nulo. Por otra, las carteras inmunizadas con la duración tradicional con configuración bullet y barbell muestran, en general, un mayor grado de inmunización que las de *M-Cuadrado* nulo.

La comparativa entre las carteras inmunizadas según el modelo tradicional y de *M-Cuadrado* nulo que no incluyen el *bono-vto* y las carteras tipo bullet y barbell inmunizadas con la duración tradicional y que sí lo incluyen es enormemente favorable para las últimas, lo que resulta congruente con los resultados obtenidos por Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993). No obstante, su conclusión de que incorporar a las carteras este bono procura una mayor inmunización que la restricción sobre *M-Cuadrado* ha de ser matizada, ya que las carteras de máxima diversificación que incluyen el *bono-vto* inmunizadas con la duración tradicional muestran un grado de inmunización menor que el de las carteras que no incluyen el *bono-vto* e incorporan las restricciones sobre la duración tradicional y *M-Cuadrado*.

Consecuentemente, la inclusión *per se* del *bono-vto* en las carteras no es garantía de una inmunización casi perfecta. Para ello es necesario incorporar restricciones adicionales sobre la estructura de cartera, como son, a la vista de nuestros resultados y los de Fooladi y Roberts (1992) y Bierwag y otros (1993), exigir una configuración bullet o, como segundo óptimo, una barbell.

Por supuesto, reconocer que la estructura de cartera afecta a los resultados de un programa inmunización equivale a afirmar que el modelo empleado para la inmunización es insuficiente para recoger los riesgos a los que se enfrentan las carteras de renta fija. Por tanto, el siguiente paso sería contrastar cuál o cuáles de los modelos de duración de carácter multifactorial que se han propuesto en la literatura es capaz de ofrecer en la inmunización unos resultados, sino mejores, al menos equiparables a los de las carteras que aquí mejor se han comportado. A la vista de nuestros resultados, comparar la capacidad inmunizadora de los nuevos modelos con la del modelo de duración tradicional es, a todas luces, un ejercicio poco exigente.

## Referencias Bibliográficas

- Balbás, A. y A. Ibáñez (1998): "When can you immunize a bond portfolio?", *Journal of banking and finance*, vol. 22, pp. 1471-1595.
- Bierwag, G.O., Fooladi, I., y Roberts, G.S. (1993): "Designing an immunized portfolio: Is M-squared the key?", *Journal of banking and finance*, vol. 17, 6, pp. 1147-1170.
- Chambers, D.R. y W.T. Carleton (1988): "A generalized approach to duration". En A.H. Chen (ed.): *Research in finance*, vol.7, JAI Press, Greenwich.
- Fisher, L. y R.L. Weil (1971): "Coping with the risk of interest-rate fluctuations: Returns to bondholders from naive and optimal strategies", *Journal of business*, 4, pp. 408-431.
- Fong, H.G. y O.A. Vasicek (1983): "The tradeoff between return and risk in immunized portfolio", *Financial analysts journal*, septiembre-octubre, pp. 73-78.
- Fong, H.G. y O.A. Vasicek (1984): "A risk minimizing strategy for portfolio immunization", *Journal of finance*, vol. 39, 5, pp. 1541-1546.
- Fooladi, I. y G.S. Roberts (1992): "Bond portfolio immunization: Canadian test", *Journal of economics and business*, vol. 44, 1, pp. 3-17.
- Kahn, R.N. y R. Lochoff (1990): "Convexity and exceptional return", *Journal of portfolio management*, invierno, pp. 43-47.
- Lacey, N.J. y S.K. Nawalkha (1993): "Convexity, risk and returns", *Journal of fixed income*, diciembre, pp. 72-79.
- Nawalkha, S.K. y D.R. Chambers (1996): "An improved immunization strategy: M-Absolute", *Financial analysts journal*, septiembre/octubre, pp. 69-76.
- Nawalkha, S.K. y D.R. Chambers (1997): "The M-vector model: Derivation and testing of extensions to M-square", *Journal of portfolio management*, invierno, pp. 92-98.
- Nelson, C.R. y A.F. Siegel (1987): "Parsimonious modeling of yield curves", *Journal of business*, vol. 60, 4, pp. 473-489.
- Prisman, E.Z. y M.R. Shores (1988): "Duration measures for specific term structure estimations and applications to bond portfolio immunization", *Journal of banking and finance*, vol. 12, 3, pp. 493-504.

- Prisman, E.Z. y Y. Tian (1994): “Immunization in markets with tax-clientele effects: Evidence from the Canadian market”, *Journal of financial and quantitative analysis*, vol. 29, nº 2, pp. 301-321
- Soto, G.M. (2001a): “Immunization derived from a polynomial duration vector in the Spanish bond market”, *Journal of banking and finance*, vol. 25, nº 6, pp. 1037-1057.
- Soto, G.M. (2001b): “Modelos de inmunización de carteras de renta fija”, *Revista de Economía Aplicada*, vol. IX, nº 26, pp. 57-93.