

**ASIGNACIONES IGUALITARIAS Y EFICIENTES  
EN PRESENCIA DE EXTERNALIDADES\***

**Carmen Herrero y Antonio Villar\*\***

WP-EC 92-01

---

\* Este trabajo ha sido elaborado en el contexto de un proyecto de investigación más amplio, relacionado con el análisis de la Financiación de las Comunidades Autónomas, patrocinado por la Consellería d'Economia i Hisenda de la Generalitat Valenciana.

\*\* Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas y Universidad de Alicante.

**Editor: Instituto Valenciano de  
Investigaciones Económicas, S.A.**  
Primera Edición Mayo 1992.  
ISBN: 84-7890-830-7  
Depósito Legal: V-1507-1992  
Impreso por KEY, S.A., Valencia.  
Cardenal Benlloch, 69, 46021-Valencia.  
Impreso en España.

**ASIGNACIONES IGUALITARIAS Y EFICIENTES  
EN PRESENCIA DE EXTERNALIDADES**

**Carmen Herrero y Antonio Villar**

**R E S U M E N**

Analizamos en este trabajo la existencia de asignaciones igualitarias en un problema de distribución puro (repartir una cesta dada de  $k$  bienes entre  $n$  agentes), en un contexto en el que el bienestar de los individuos puede depender de su consumo relativo.

**A B S T R A C T**

This paper deals with the analysis of the existence and optimality allocations in a framework characterized by the presence of consumption externalities. The model refers to a pure distribution problem consisting of allocating a given bundle of  $k$  goods among  $n$  agents.



## 1. INTRODUCCION

El presente trabajo tiene por objeto el análisis del siguiente tipo de problema distributivo: un planificador tiene que distribuir una cesta dada de bienes (perfectamente divisibles), entre un grupo de agentes, de tal forma que el resultado final pueda considerarse "equitativo", desde un punto de vista ético.

Este es un problema convencional en el ámbito de la economía del bienestar, que ha sido abordado desde diferentes perspectivas, dependiendo de los criterios de equidad empleados y del tipo de entornos económicos considerados. A grandes rasgos, podemos distinguir tres enfoques alternativos del problema. El primero de ellos corresponde al caso en que el objetivo del planificador aparece formulado como la maximización de una cierta función de bienestar social [una revisión de los resultados de posibilidad aparece en Villar (1988 a), donde pueden encontrarse referencias bibliográficas adicionales]. Un camino alternativo es el proporcionado por la teoría de los juegos cooperativos (en particular con referencia a los juegos de negociación), puesto que permite caracterizar, a partir de supuestos razonables, mecanismos que generan distribuciones de utilidad específicas [véase Kalai (1985), Moulin (1988, Ch. 3) o Thomson (1989) para una revisión]. Finalmente, también podemos abordar el problema partiendo de una noción apriorística de equidad, que recoja nuestras intuiciones acerca de la justicia distributiva [véase por ejemplo Thomson & Varian (1985), Roemer (1986), Thomson (1987), Moulin & Thomson (1988), Moulin (1989), y las referencias proporcionadas allí].

Nosotros seguiremos aquí este último enfoque, y desarrollaremos una formulación del problema que resume y sistematiza una serie de contribuciones previas de los autores, en un modelo muy general pero de gran sencillez analítica [véase Herrero & Villar (1990), (1991 a), Villar (1988 b), (1991 Ch. 3)]. Resultados relacionados aparecen en Nieto (1989), (1991).

Las principales características del modelo que proponemos para el análisis de este problema son las siguientes:

1.- En relación a la *noción de equidad*, adoptamos una variante del concepto igualitario (que consiste en igualar los valores que toman las funciones de pago de los diversos agentes). Consideraremos una asignación factible como *igualitaria* cuando: (a) o bien todos los agentes tienen idénticos valores en sus funciones de pago, o bien aquellos con pagos más altos no reciben bienes; y (b) no es posible encontrar ninguna asignación factible con la propiedad (a) que proporcione pagos más altos a aquellos agentes cuyo pago es mínimo<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> El concepto de asignaciones igualitarias que proponemos puede mirarse como una extensión de la noción standard de igualitarismo que aparece en los trabajos de Rawls (1971), Kolm (1972), Tinbergen (1975) o Kalai (1977).

Adviértase que este tipo de aproximación implica una forma de enfrentar el problema diferente del "welfarism", puesto que la información contenida en el espacio de posibilidades de pagos puede no resultar suficiente para poder calificar a una asignación como *igualitaria*. Para ilustrar esta afirmación, consideremos un ejemplo en el cual se trata de distribuir un único bien entre dos agentes. Para  $i = 1, 2$ , sea  $x_i$  la cantidad de bien que disfruta el agente  $i$ -ésimo, y sea  $\pi_i$  su función de pago. Consideremos los dos siguientes problemas:

$$\text{a) } \pi_1 = 2x_2, \quad \pi_2 = x_1 + x_2, \quad 0 \leq x_1 + x_2 \leq 1.$$

$$\text{b) } \pi_1 = 2x_1, \quad \pi_2 = x_1 + x_2, \quad 0 \leq x_1 + x_2 \leq 1.$$

Ambos problemas tienen el mismo conjunto de posibilidades de pagos. Sin embargo, en el primer caso la asignación igualitaria es  $x_1 = 0, x_2 = 1$  (con pagos  $\pi_1 = 2, \pi_2 = 1$ ), mientras que en el segundo, la asignación igualitaria es  $x_1 = x_2 = 0.5$  (con pagos  $\pi_1 = \pi_2 = 1$ ).

Es evidente que el significado sustantivo de las asignaciones igualitarias depende de la naturaleza de las funciones de pago. A lo largo del trabajo, las funciones de pago se interpretan como índices de bienestar que el planificador considera adecuados al problema distributivo objeto de análisis.

2.- En relación al *planteamiento del problema*, nuestro modelo presenta tres características fundamentales:

(i) *El modelo toma como punta de referencia entornos económicos,* en lugar de tomar como referencia el espacio de posibilidades de pagos. En particular, estableceremos los supuestos sobre el espacio de mercancías y sobre las familias de funciones de pagos admisibles, y consideraremos el comportamiento individual de los agentes. Así, nuestro enfoque difiere del de la teoría axiomática de la negociación, donde el entorno económico subyacente no juega ningún papel [véase Roemer (1988), donde aparecen algunas críticas al planteamiento clásico en la teoría axiomática de la negociación, así como un modelo alternativo].

(ii) *La función de pago de cada uno de los agentes es una aplicación definida sobre todo el espacio de asignaciones.* La propia naturaleza del problema objeto de estudio sugiere que los agentes toman en consideración no sólo lo que ellos reciben individualmente, sino que también les preocupa lo que reciben los demás (es decir, las externalidades en consumo pueden ser una parte importante del bienestar de los agentes). Una forma natural de introducir la posibilidad de estas externalidades la constituye el hacer depender las funciones de pago de las distribuciones completas. Esto se utilizará a lo largo del trabajo, considerando que dichas funciones de pago van a estar definidas sobre todo el espacio de asignaciones. Es interesante observar que esta forma de representar las funciones de pago puede dar lugar a conjuntos de



posibilidades de pago que no sean convexos ni comprensivos<sup>2</sup>. Ello supone otra diferencia con la teoría axiomática de la negociación.

(iii) *El planificador se puede enfrentar con "restricciones de balance"*. Puede haber razones institucionales o estratégicas que requieran que haya que distribuir efectivamente la cantidad exacta disponible de algunas mercancías (esto añade más estructura al conjunto factible que, en consecuencia, se reduce). En presencia de externalidades, las restricciones de balance pueden afectar sustancialmente el resultado (piénsese, por ejemplo, en el caso de un único bien y dos agentes con funciones de pago  $\pi_i = x_i - 2x_j$ , para  $i, j = 1, 2, i \neq j$ , donde no hay ninguna asignación eficiente que permita gastar la cantidad de bien disponible).

---

<sup>2</sup> La convexidad del espacio de posibilidades de pagos se podría justificar "si la sociedad tuviera que escoger entre alternativas aleatorias... y si todos los individuos tuvieran funciones de utilidad von Neumann-Morgenstern. En otro caso, la convexidad podría todavía garantizarse en muchos contextos particulares, como por ejemplo en el caso de tener que repartir entre  $n$  agentes con funciones de utilidad cóncavas, una cesta de mercancías perfectamente divisibles y libremente eliminables" [Yaari (1981, p. 5)]. En este contexto, las posibilidades de aleatorizar no tienen mucho sentido; por otro lado, ni postulamos agentes von Neumann-Morgenstern ni tampoco asumimos funciones de pago cóncavas.

En cuanto a la comprensividad del conjunto de posibilidades de pagos, esta propiedad se suele derivar de preferencias que sólo dependen del propio consumo y que sean además monótonas, junto con el hecho de que las mercancías sean perfectamente divisibles y libremente eliminables. Sin embargo, este tipo de propiedad no resulta robusta a la presencia de externalidades.

La principal contribución de este trabajo consiste en singularizar una amplia familia de problemas distributivos, compatibles con la presencia de externalidades, para los cuales existen asignaciones igualitarias, y éstas resultan Pareto óptimas. Para ello supondremos que los agentes poseen funciones de pago continuas y crecientes cuando aumenta tanto su consumo absoluto como relativo.

Presentamos en la Sección 2 el modelo formal y los principales resultados. La Sección 3 se destina a la discusión del significado de los resultados obtenidos (en particular en conexión con diversos marcos informacionales). La Sección 4 cierra el trabajo con algunos comentarios finales.

## 2. EL MODELO Y LOS RESULTADOS BASICOS

Consideremos un problema distributivo en el que intervienen  $n$  agentes y  $k$  mercancías perfectamente divisibles. Las cantidades de cada una de estas mercancías se designarán mediante números reales no negativos.

Supongamos que  $X_j \subset \mathbb{R}_+^k$  denota el conjunto de consumo del agente  $j$ -ésimo. Los elementos de  $X_j$  serán vectores de  $\mathbb{R}_+^k$ , que denotaremos  $\mathbf{x}_j$ , donde cada  $\mathbf{x}_j = (x_{j1}, \dots, x_{jk})$ , y la componente  $x_{js}$  denota la cantidad de mercancía  $s$  consumida por el individuo  $j$ , en la cesta de consumo  $\mathbf{x}_j$ . Sea ahora  $X$  el producto cartesiano de los conjuntos de consumo de cada uno de los  $n$  agentes, es decir,  $X = \prod_{j=1}^n X_j$ .

Un elemento  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  en  $X$  se llamará una *asignación*. Obsérvese que cada componente  $\mathbf{x}_j$  de la asignación  $\mathbf{x}$ , indica la cesta de bienes consumida por el individuo  $j$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

Sea ahora  $\pi_j: X \rightarrow \mathbb{R}$  una función a la que denominaremos *pago del agente  $j$ -ésimo*. Más adelante presentaremos distintas interpretaciones que pueden asignarse a las funciones  $\pi_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ; en cualquier caso, estas funciones van a representar una *medida del bienestar* de cada uno de los agentes (bien desde el punto de vista individual, bien desde el punto de vista de un observador ético). Nótese que la función  $\pi_j$  está definida sobre el espacio de asignaciones completas. Ello significa que el

bienestar del agente  $j$ -ésimo, medido mediante la función  $\pi_j$  *puede depender de la distribución de todas las mercancías entre todos los individuos.*

Designaremos por  $\pi$  a la función vectorial cuyas componentes son las funciones  $\pi_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , es decir,  $\pi: X \rightarrow \mathbb{R}^n$  de forma que

$$\pi(\mathbf{x}) = [\pi_1(\mathbf{x}), \pi_2(\mathbf{x}), \dots, \pi_n(\mathbf{x})]$$

**Observación.-** Sin pérdida de generalidad, podemos suponer que  $0 \in X$  denota aquella asignación que corresponde al status quo (si no es así, podemos pensar en cada uno de los conjuntos  $X_j$  como  $Q_j - q_j^0$ , donde  $Q_j$  representa el conjunto de consumo del agente  $j$ -ésimo, y  $q_j^0$  es la asignación de bienes que el agente  $j$ -ésimo posee antes de que se formule el problema distributivo que queremos analizar. En tal caso, los resultados finales deberán reinterpretarse tras realizar los cambios de variable adecuados).

Las desigualdades vectoriales se denotarán:  $\geq$ ,  $>$ ,  $\gg$ .

Sea  $\omega \in \mathbb{R}_+^k$  un vector que denota las cantidades de las  $k$  mercancías que se han de distribuir entre los  $n$  agentes, y sea  $K = \{1, 2, \dots, k\}$ . Denotaremos por  $\tau$  un subconjunto de  $K$  que identifica los índices de aquellas mercancías sujetas a restricciones de balance, es decir, aquellas mercancías que tienen que distribuirse completamente. En tal caso, el conjunto de *asignaciones factibles* se explicitaría,

$$\mathcal{A}(\omega, \tau) = \{ \mathbf{x} \in X / \sum_{j=1}^n x_j \leq \omega \ \& \ i \in \tau \implies \sum_{j=1}^n x_{ij} = \omega_i \}$$

Un *Problema Distributivo*,  $\mathcal{D}$ , quedará entonces caracterizado por:

$$\mathcal{D} = [ X, \pi, \mathcal{A}(\omega, \tau) ]$$

donde  $n$  (el número de agentes) y  $k$  (el número de bienes) son parámetros implícitos.

Consideremos el siguiente conjunto, que va a jugar un papel importante en la definición de *asignaciones igualitarias*.

$$T(\mathcal{D}) = \{ \mathbf{x} \in \mathcal{A}(\omega, \tau) / \pi_j(\mathbf{x}) > \pi_t(\mathbf{x}) \implies x_j = 0 \}$$

El conjunto  $T(\mathcal{D})$  está formado por aquellas asignaciones factibles que tienen la propiedad de que aquellos agentes con nivel de bienestar más alto, no reciben nada de ningún bien, y sólo aquellos agentes con nivel de bienestar (o pago) más bajo, reciben cantidades positivas de los bienes objeto de reparto. Trivialmente, cualquier asignación factible que iguale los niveles de bienestar (pagos) de todos los agentes está en  $T(\mathcal{D})$ .

Ahora podemos definir el concepto de asignación igualitaria:

**Definición.-** Sea  $\mathcal{D} = [ X, \pi, \mathcal{A}(\omega, \tau) ]$  un problema distributivo. Una asignación  $\mathbf{x}^*$  se dirá que es una *asignación igualitaria* si:

$$(a) \mathbf{x}^* \in T(\mathcal{D})$$

$$(b) \min_j \pi_j(\mathbf{x}^*) \geq \min_j \pi_j(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in T(\mathcal{D})$$

Es decir,  $\mathbf{x}^*$  es una asignación igualitaria si está en  $T(\mathcal{D})$ , y para ella, el nivel de bienestar mínimo que alcanzan los agentes es lo más grande posible.

Dado un problema distributivo,  $\mathcal{D}$ , denotaremos por  $\mathcal{E}(\mathcal{D})$  al conjunto de todas las asignaciones igualitarias.

Sea  $\mathcal{D} = [X, \pi, \mathcal{A}(\omega, \tau)]$  un problema distributivo. Diremos que una asignación factible  $\mathbf{x}^*$  en  $\mathcal{A}(\omega, \tau)$  es Débilmente Pareto Óptima si no existe ninguna otra asignación factible  $\mathbf{x}'$  en  $\mathcal{A}(\omega, \tau)$  de tal forma que  $\pi(\mathbf{x}') \gg \pi(\mathbf{x}^*)$ .

Análogamente, diremos que una asignación factible  $\mathbf{x}^* \in \mathcal{A}(\omega, \tau)$  es Pareto Óptima si no es posible encontrar otra asignación factible  $\mathbf{x}'$  en  $\mathcal{A}(\omega, \tau)$  tal que  $\pi(\mathbf{x}') > \pi(\mathbf{x}^*)$ .

**Observación.-** Vale la pena señalar que, en presencia de externalidades, las asignaciones igualitarias no resultan en general Pareto óptimas. Para ilustrarlo consideremos el ejemplo siguiente: Supongamos que se trata de distribuir una unidad de un único bien entre dos agentes, cuyas funciones de pago son:

$$\begin{aligned} \pi_1(\mathbf{x}) &= 2x_1 \\ \pi_2(\mathbf{x}) &= \max. \{ x_1, x_2 \} \end{aligned}$$

El conjunto de asignaciones factibles será:

$$\mathcal{A}(\omega, \tau) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^2 / \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 \leq 1 \}$$

La asignación  $\mathbf{x}^* = (1/3, 2/3)$  es igualitaria [con  $\pi_1(\mathbf{x}^*) = \pi_2(\mathbf{x}^*) = 2/3$ ]. No obstante, la asignación anterior está dominada en el sentido de Pareto por la asignación  $\mathbf{x}' = (1, 0)$  [que proporciona la distribución de pagos:  $\pi_1(\mathbf{x}') = 2, \pi_2(\mathbf{x}') = 1$ ].

Los siguientes supuestos definen la clase de economías de las que nos vamos a ocupar:

A.1.- Para todo  $j = 1, 2, \dots, n, X_j = \mathbb{R}_+^k$ .

A.2.-  $\mathcal{A}(\omega, \tau)$  es no vacío.

A.3.- Para todo  $j = 1, 2, \dots, n, \pi_j: X \rightarrow \mathbb{R}$  es una función continua tal que, para todo par de vectores  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$ , con  $\mathbf{x} > \mathbf{y}$ , se verifica que: si  $\mathbf{x}_j = \mathbf{y}_j$  entonces

$$\pi_j(\mathbf{x}) \leq \pi_j(\mathbf{y})$$

El supuesto (A.1) constituye un supuesto simplificador, que identifica al conjunto de consumo del  $j$ -ésimo agente con el ortante positivo en  $\mathbb{R}^k$ . Esto implica que al considerar el problema distributivo, *no podemos situar a ningún individuo por debajo de su status-quo o punto de partida*. Dicho de otro modo, el problema distributivo se formula en términos de asignar cantidades no negativas de los bienes objeto de

reparto a todos los individuos. No está permitido "quitar" bienes a nadie (véase no obstante la Sección final).

El supuesto (A.2) establece que el problema distributivo es consistente (es decir, admite alguna solución).

Además de la continuidad de las funciones de pago, el supuesto (A.3) nos dice que cuando se pasa de una asignación a una nueva situación en la que algunos agentes disfrutan de más cantidad de algunos bienes, mientras que otros agentes permanecen igual, aquellos agentes cuya cesta de consumo no varía, no se sienten más felices. Este supuesto constituye una forma natural de expresar la idea de que el bienestar de los agentes depende del consumo relativo.

Sea  $\Gamma$  el conjunto de todos los problemas distributivos  $\mathfrak{D}$  con  $n$  agentes y  $k$  mercancías perfectamente divisibles, para los que se cumplen los supuestos (A.1) - (A.3). Sea ahora  $\mathfrak{D} = [X, \pi, \mathcal{A}(\omega, \tau)]$  un problema distributivo en  $\Gamma$ ; llamaremos  $\mathfrak{D}'$  a aquel problema distributivo asociado a  $\mathfrak{D}$ , que resulta cuando se eliminan las restricciones de balance, es decir,  $\mathfrak{D}' = [X, \pi, \mathcal{A}(\omega, \emptyset)]$ .

Se obtiene entonces el siguiente resultado:

**Teorema 1.-** Sea  $\mathfrak{D}$  un problema distributivo en  $\Gamma$ , y sea  $\mathfrak{D}'$  el problema distributivo asociado. Existe una distribución  $x^* \in \mathcal{A}(\omega, \emptyset)$  que es un asignación igualataria débilmente Pareto óptima.



Demostración.-

(i) Es fácil comprobar que  $T(\mathcal{D}')$  es un conjunto no vacío [puesto que  $0 \in T(\mathcal{D}')$  ], y compacto. Por tanto, podemos obtener una asignación igualitaria como una solución del siguiente programa:

$$\begin{aligned} \text{Max. } g(\mathbf{x}) &= \min_j \pi_j(\mathbf{x}) \\ \text{s.a. } & \mathbf{x} \in T(\mathcal{D}) \end{aligned}$$

que, por construcción, está bien definido. Por tanto,  $\mathcal{E}(\mathcal{D}) \neq \emptyset$ .

(ii) Sea  $\mathbf{x}^*$  una asignación igualitaria para  $\mathcal{D}'$ , y supongamos que no es débilmente Pareto óptima, es decir, supongamos que es posible encontrar una asignación factible  $\mathbf{y} \in \mathcal{A}(\omega, \emptyset)$  tal que  $\pi(\mathbf{y}) \gg \pi(\mathbf{x}^*)$ . Sea  $\alpha = \min_j \pi_j(\mathbf{y})$ , y considérese el siguiente programa:

$$\begin{aligned} \text{Min. } & \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k x_{ij} \\ \text{s.a. } & \pi_j(\mathbf{x}) \geq \alpha, \forall j \quad [P] \\ & \mathbf{x} \in \mathcal{A}(\omega, \emptyset) \end{aligned}$$

El programa [P] tiene una solución  $\mathbf{x}''$  (puesto que el conjunto de oportunidades es no vacío y compacto, y la función objetivo es continua). Sea  $\alpha'$  el mínimo valor entre los elementos  $\pi_j(\mathbf{x}'')$ ,  $j = 1, \dots, n$ , y definamos el siguiente conjunto de índices:  $S(\mathbf{x}'') = \{ s \mid \pi_s(\mathbf{x}'') > \alpha' \}$ .

Obsérvese que  $\mathbf{x}''$  no puede pertenecer a  $T(\mathcal{D}')$ , puesto que ello contradeciría el supuesto de que  $\mathbf{x}^*$  es una asignación igualitaria (en particular, esto implica que  $S(\mathbf{x}'')$  no puede ser vacío). Por tanto, podemos encontrar un agente  $s$  en  $S(\mathbf{x}'')$  tal que  $\pi_s(\mathbf{x}'') > \alpha'$ .

Construyamos ahora un vector  $\mathbf{z}$  en  $\mathcal{A}(\omega, \emptyset)$  de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} z_t &= x''_t \quad \text{para todo } t \neq s \\ z_s &< x''_s \quad \text{con } \pi_s(\mathbf{z}) \geq \alpha' \end{aligned}$$

Esta construcción siempre es posible por la continuidad de la función  $\pi$ , y en vista del agente seleccionado. Ahora, nótese que, por construcción,  $\pi_s(\mathbf{z}) \geq \alpha'$  y, para  $t \neq s$ ,  $\pi_t(\mathbf{z}) \geq \alpha'$  en virtud de (A.3). Por tanto,  $\mathbf{z}$  es una asignación en el conjunto alcanzable del programa [P], tal que

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k z_{ij} < \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k x''_{ij}$$

lo que contradice la hipótesis de que  $\mathbf{x}''$  es la solución del programa [P]. Por tanto, una solución de [P] debería estar en  $T(\mathcal{D}')$ , lo que a su vez contradice el hecho de que  $\mathbf{x}^*$  es una asignación igualitaria [puesto que para todo  $j$ ,  $\pi_j(\mathbf{x}'') \geq \alpha' > \min_j \pi_j(\mathbf{x}^*)$ ].

Por tanto,  $\mathbf{x}^*$  debe ser débilmente Pareto Óptima.



El Teorema 1 garantiza que, cuando el bienestar de los agentes depende del consumo relativo, y no hay restricciones de balance, las asignaciones igualitarias son débilmente Pareto óptimas. Es interesante observar, con relación a este resultado, dos cosas: (a) El resultado de optimalidad no se puede extender al caso en que el planificador se enfrenta con restricciones de balance; (b) Incluso sin restricciones de balance, no es posible garantizar Pareto optimalidad fuerte.

En efecto, considérese el caso de un único bien y tres agentes, con  $\omega = 1$ ,

$$\begin{aligned}\pi_1(\mathbf{x}) &= x_1 - 2x_2 \\ \pi_2(\mathbf{x}) &= x_2 - 2x_1 \\ \pi_3(\mathbf{x}) &= 1 + x_3\end{aligned}$$

Bajo restricciones de balance ( $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ ), la única asignación igualitaria es  $\mathbf{x}^* = (0.5, 0.5, 0)$ , que proporciona una distribución de bienestar  $\pi_1(\mathbf{x}^*) = \pi_2(\mathbf{x}^*) = -0.5$ ,  $\pi_3(\mathbf{x}^*) = 1$ . Sin embargo,  $\mathbf{x}^*$  está dominada en el sentido de Pareto por  $\mathbf{x}' = (0, 0, 1)$  [ $\pi_1(\mathbf{x}') = \pi_2(\mathbf{x}') = 0$ ;  $\pi_3(\mathbf{x}') = 2$ ]. En ausencia de restricciones de balance, la asignación igualitaria es  $\mathbf{x}'' = (0, 0, 0)$  [con  $\pi_1(\mathbf{x}'') = \pi_2(\mathbf{x}'') = 0$ ;  $\pi_3(\mathbf{x}'') = 1$ ], que está dominada débilmente por  $\mathbf{x}'$ .

El siguiente supuesto especializa más aún nuestro modelo, permitiéndonos obtener Pareto optimalidad fuerte incluso con restricciones de balance.

A.4.- Sea  $\mathbf{x}$  un punto de  $X$ , y sea  $\delta = \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j$ . Para todo  $\sigma$  en  $\mathbb{R}^k$ , tal que  $\sigma > 0$ ,  $\exists \mathbf{y} \in X$ ,  $\mathbf{y} > \mathbf{x}$ , con  $\sum_{j=1}^n \mathbf{y}_j = \delta + \sigma$ , y tal que  $\pi(\mathbf{y}) \gg \pi(\mathbf{x})$ .

El supuesto (A.4) introduce un elemento de "respuesta positiva" en las funciones de pago de los agentes. Siempre que dispongamos de recursos adicionales, existe un modo de distribuirlos de tal forma que todos los agentes mejoran. Merece la pena observar que el caso standard de preferencias no saciadas y dependientes únicamente del propio consumo satisfacen los supuestos (A.3) y (A.4).

**Observación.-** Aunque es bien cierto que los supuestos (A.3) y (A.4) restringen las externalidades, todavía queda un amplio margen de comportamientos "dependientes del consumo relativo" permitidos. Considérese el ejemplo siguiente: Para cualquier asignación  $\mathbf{x}$ , definamos la participación del agente  $j$ -ésimo en el consumo agregado de la mercancía  $i$ -ésima como

$$p_{ji} = \frac{x_{ji}}{\sum_{t=1}^n x_{ti}}$$

Considérese la restricción siguiente en las funciones de pago: para todo  $\mathbf{x}, \mathbf{x}'$ , todo  $j$ ,

$$[ \mathbf{x}_j > \mathbf{x}'_j \ \& \ \forall i, p_{ji} \geq p'_{ji} ] \implies \pi_j(\mathbf{x}) > \pi_j(\mathbf{x}')$$

Es decir, cuando el agente  $j$ -ésimo consume más bienes y disfruta de mayor o igual participación en el consumo agregado de cada mercancía, entonces

es más feliz. Es sencillo comprobar que cuando las funciones de pago son continuas y satisfacen esta restricción, se cumplen los supuestos (A.3) y (A.4) (sin embargo, el recíproco no es cierto).

Sea  $\Gamma^*$  la familia de problemas distributivos que satisfacen los supuestos (A.1) - (A.4). Diremos que una asignación factible  $\mathbf{x}'$  en  $\mathcal{A}(\omega, \tau)$  es equilibrada cuando  $\sum_{j=1}^n \mathbf{x}'_j = \omega$  (es decir, en una asignación equilibrada se distribuyen completamente todos los bienes).

Obtenemos entonces el siguiente resultado:

**Teorema 2.-** Para cualquier problema distributivo  $\mathcal{D} \in \Gamma^*$ , existen asignaciones igualitarias, y resultan equilibradas y Pareto Optimas.

Demostración.-

Sea  $\mathcal{D}'$  el problema distributivo asociado, sin restricciones de balance. El Teorema 1 garantiza que existe alguna asignación  $\mathbf{x}^* \in \mathcal{E}(\mathcal{D}')$ , y que tal  $\mathbf{x}^*$  es débilmente Pareto Optima. Por el supuesto (A.4),  $\mathbf{x}^*$  debe ser equilibrada (pues en otro caso, se violaría la Pareto optimalidad débil), y, por tanto,  $\mathbf{x}^* \in \mathcal{E}(\mathcal{D})$ . Por tanto,  $\mathcal{E}(\mathcal{D}') = \mathcal{E}(\mathcal{D})$ , y en consecuencia, cualquier asignación igualitaria en  $\mathcal{D}$  es equilibrada y débilmente Pareto Optima.

Sea ahora  $\mathbf{x}^* \in \mathcal{E}(\mathcal{D})$ , y supongamos que  $\mathbf{x}^*$  no es Pareto óptima, es decir, existirá  $\mathbf{y} \in \mathcal{A}(\omega, \tau)$  tal que  $\pi(\mathbf{y}) > \pi(\mathbf{x}^*)$ , con  $\pi_j(\mathbf{y}) > \pi_j(\mathbf{x}^*)$  para algún  $j$ . (debe existir un agente tal, pues en otro caso  $\mathbf{y}$  sería también igualitaria). Construyamos ahora una nueva asignación,  $\mathbf{z}$ , de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} z_t &= y_t, \quad \text{para } t \neq j \\ z_j &< y_j, \quad \text{con } \pi_j(\mathbf{z}) > \pi_j(\mathbf{x}^*) \end{aligned}$$

Razonando como en el Teorema 1, obtenemos que  $\pi_t(\mathbf{z}) \geq \pi_t(\mathbf{x}^*)$ ,  $t \neq j$ . Además,  $z_j < \sum_{i=1}^n x_j^*$ . Por el supuesto (A.4) podemos distribuir dicha diferencia de tal forma que se obtenga una nueva asignación  $\mathbf{z}'$ , de tal forma que  $\pi(\mathbf{z}') \gg \pi(\mathbf{z}) > \pi(\mathbf{x}^*)$ , en contradicción con la optimalidad débil de  $\mathbf{x}^*$ .



### 3. FUNCIONES DE PAGO Y MARCOS INFORMACIONALES

El resultado de existencia y optimalidad enunciado en el Teorema 2 está abierto a diversas interpretaciones, dependiendo de la naturaleza de las funciones de pago. El contenido ético de la noción de equidad propuesta depende de la adecuación de las funciones de pago elegidas como indicadores de bienestar. En particular, si queremos identificar las funciones de pago con *funciones de utilidad*, entonces la noción de asignación igualitaria sólo tiene sentido en determinados marcos informacionales. Consideremos ahora esta cuestión.

Especificar un marco informacional equivale a determinar la clase de funciones de utilidad que resultan informativamente equivalentes (es decir, la clase de funciones de utilidad que corresponden a representaciones alternativas de la misma relación de preferencias). Con objeto de ilustrar cómo la especificación de diversos marcos informacionales permite interpretaciones alternativas (y precisas) de los resultados presentados en la Sección anterior, consideraremos tres casos: **Ordinalidad y Comparabilidad**, **Cardinalidad y No-Comparabilidad**, y **Cardinalidad y Comparabilidad** [para una discusión detallada véase Sen (1982, Part III), Sen (1986), D'Aspremont (1985)].

Dado un par de números enteros,  $(n, k)$ , sea  $\Pi(n, k)$  la clase de funciones vectoriales continuas que aplican  $\mathbb{R}_+^{nk}$  en  $\mathbb{R}^n$ . Un *Marco Informacional* queda especificado mediante la determinación del conjunto de

transformaciones informacionalmente equivalentes,  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ , de modo que, para cada  $\mathbf{x} \in X$ ,  $\pi(\mathbf{x})$  y  $F[\pi(\mathbf{x})]$  constituyen representaciones alternativas de las mismas preferencias (lo que representaremos como  $\pi(\mathbf{x}) \simeq F[\pi(\mathbf{x})]$ ).

El marco informacional conocido como **Ordinalidad y Comparabilidad** puede caracterizarse como sigue: para todo  $\pi, \pi' \in \Pi(n, k)$ ,  $\pi \simeq \pi'$  si y sólo si:

$$\pi'_j(\mathbf{x}) = f^{\circ}[\pi_j(\mathbf{x})]$$

para todo  $j = 1, 2, \dots, n$ , todo  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^{nk}$ , donde  $f^{\circ}$  es una función continua y estrictamente creciente, que aplica  $\mathbb{R}$  sobre sí mismo.

En este caso las utilidades son ordinales, pero podemos establecer comparaciones interpersonales de niveles de bienestar (puesto que las únicas transformaciones equivalentes son aquellas que resultan comunes a todos los agentes).

En el contexto de Ordinalidad y Comparabilidad, una asignación igualitaria se caracteriza por la igualación de los niveles absolutos de bienestar entre los agentes.

En este marco informacional, podemos asimismo identificar las asignaciones igualitarias y Pareto óptimas con los maximizadores de una función de bienestar social particular: el *leximin*. De hecho, la regla del *leximin* resulta ser el procedimiento de elección social más natural en



este contexto [en realidad el único procedimiento posible bajo ciertos supuestos, como se prueba por ejemplo en D'Aspremont & Gevers (1977), o Roberts (1980)]. Consecuentemente, podemos pensar en las asignaciones igualitarias como distribuciones que satisfacen un criterio ético prefijado (igualitarismo y optimalidad), o como el resultado de maximizar una función de bienestar social particular (la regla del leximin).

Designemos por  $\Gamma_{oc}^*$  al conjunto de problemas distributivos en  $\Gamma^*$  que satisfacen los requisitos de Ordinalidad y Comparabilidad. Podemos precisar entonces los resultados del Teorema 2 como sigue:

*\* Para todo problema distributivo  $[X, \pi, \mathcal{A}(\omega, \tau)] \in \Gamma_{oc}^*$  existe una asignación Pareto óptima que iguala los niveles de bienestar absolutos de todos los individuos.*

*\* Sea  $[X, \pi, \mathcal{A}(\omega, \tau)] \in \Gamma_{oc}^*$ . Si  $x^* \in \mathcal{A}(\omega, \tau)$  es una asignación igualitaria y Pareto óptima, entonces es un maximizador de la función de bienestar social leximin.*

En cuanto al marco informacional de **Cardinalidad y No-Comparabilidad**, sean  $\pi, \pi'$  dos vectores de funciones de pagos en  $\Pi(n, k)$ ; entonces,  $\pi \simeq \pi'$  si y sólo si, para todo  $j = 1, 2, \dots, n$ , todo  $x \in \mathbb{R}_+^{nk}$ ,

$$\pi'_j(x) = \alpha_j + \beta_j \pi_j(x)$$

donde  $\alpha_j, \beta_j \in \mathbb{R}$ , con  $\beta_j > 0$ .

Ahora las comparaciones interpersonales de niveles de bienestar ya no resultan posibles. Sin embargo, pueden compararse las ganancias relativas. Para comprobarlo, designemos por  $\Gamma_{cn}^*$  al conjunto de los problemas distributivos en  $\Gamma^*$  que satisfacen Cardinalidad y No-Comparabilidad, y sea  $\mathfrak{D}$  un elemento en  $\Gamma_{cn}^*$ . Para cada  $j = 1, 2, \dots, n$ , definamos dos niveles de utilidad de referencia,  $M_j, m_j$ , como sigue:

$$m_j = \min. \pi_j(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathcal{A}(\omega, \tau)$$

$$M_j = \max. \pi_j(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathcal{A}(\omega, \tau)$$

Para todo  $\mathfrak{D} \in \Gamma_{cn}^*$ , todo  $j$ , estos niveles de referencia están bien definidos. Supondremos que  $M_j > m_j$  (es decir, todo agente sería capaz de encontrar una forma ventajosa para él de asignar los recursos, si le permitieran hacerlo a su libre voluntad). Entonces, para cada agente  $j$  y cada asignación  $\mathbf{x} \in \mathcal{A}(\omega, \tau)$  podemos definir la *ganancia relativa en bienestar del j-ésimo agente* como:

$$g_j(\mathbf{x}) = \frac{\pi_j(\mathbf{x}) - m_j}{M_j - m_j}$$

Así,  $g_j(\mathbf{x})$  es un índice de bienestar que mide el cambio relativo en bienestar del agente  $j$ -ésimo, obtenido en la asignación  $\mathbf{x}$  con respecto a sus aspiraciones máximas (es decir, estamos midiendo los cambios relativos en el sentido de Kalai & Smorodinsky (1975), cuando concebimos a  $\mathfrak{D}$  como un juego de negociación  $n$ -personal).

Adviértase que para cada problema distributivo en  $\Gamma_{cn}^*$ , este índice está bien definido, y resulta independiente de transformaciones positivas

afines. En realidad,  $g_j$  resulta ser una representación alternativa de las preferencias del agente  $j$ -ésimo<sup>3</sup>. Por tanto, bajo Cardinalidad y No-Comparabilidad el Teorema 2 nos asegura la existencia de asignaciones eficientes que igualan las ganancias relativas de bienestar de los individuos. Tales asignaciones corresponden a las soluciones Kalai-Smorodinsky, cuando interpretamos  $\mathfrak{D}$  como un juego de negociación  $n$ -personal.

**Observación.-** Es obvio que podríamos haber tomado otras definiciones de los niveles de referencia  $m_j$  y  $M_j$ . El único aspecto esencial que estos valores deben cumplir, desde un punto de vista analítico, es que  $M_j > m_j$ , para todo  $j$ .

En resumen:

*\* Para todo problema distributivo  $\mathfrak{D} \in \Gamma_{cn}^*$ , existe una asignación Pareto óptima que iguala las ganancias relativas de todos los agentes.*

---

<sup>3</sup> Bajo Cardinalidad y No-Comparabilidad,  $g_j(\mathbf{x}) \approx \pi_j(\mathbf{x})$ , para todo  $j$ , se deriva tomando simplemente

$$\alpha_j = \frac{-m_j}{M_j - m_j} \quad \beta_j = \frac{1}{M_j - m_j}$$

\* Sea  $\mathfrak{D}$  un problema distributivo en  $\Gamma_{cn}^*$ , y sea  $\mathbf{x}^*$  una asignación igualitaria y Pareto óptima. Entonces  $\mathbf{x}^*$  es una solución Kalai-Somorodinsky al problema  $\mathfrak{D}$  concebido como un juego de negociación.

Consideremos finalmente el caso de **Cardinalidad y Comparabilidad**. En este contexto, para todo  $\pi, \pi'$  en  $\Pi(n, k)$ , para todo  $j$ ,  $\pi \simeq \pi'$  si y sólo si, para todo  $j = 1, 2, \dots, n$ , todo  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^{nk}$ ,

$$\pi'_j(\mathbf{x}) = \alpha + \beta \pi_j(\mathbf{x})$$

donde  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , con  $\beta > 0$ .

Ahora podemos establecer tanto comparaciones de niveles de bienestar, como de ganancias relativas, de modo que las dos interpretaciones anteriores son compatibles con este contexto.

Sea  $\Gamma_{cc}^*$  el conjunto de problemas distributivos en  $\Gamma^*$  que satisface Cardinalidad y Comparabilidad. Una novedad que este marco informacional nos proporciona es la posibilidad de combinar niveles y ganancias relativas. Así, sea  $\lambda$  un escalar en el intervalo  $[0, 1]$ . Podemos definir la función de pago:

$$P(\mathbf{x}, \lambda) \equiv \lambda \pi_j(\mathbf{x}) + (1-\lambda) g_j(\mathbf{x})$$

En este caso, para cada valor de  $\lambda$ , una asignación igualitaria sigue siendo Pareto óptima, y proporciona una combinación convexa de las

soluciones leximin y proporcional. El parámetro  $\lambda$  puede identificarse con el *grado de progresividad* de la solución propuesta.

**Observación.-** Siempre que permitimos comparaciones interpersonales de bienestar aparece un problema de interpretación. El punto de vista más común entre los economistas es el "extended sympathy approach" de Arrow [véase Arrow (1963, pp. 114-115)]. Arrow introduce la comparabilidad interpersonal mediante la extensión del conjunto de alternativas sobre las que los individuos eligen, de modo que el conjunto de los agentes pertenezca también al dominio de las funciones de utilidad. Aunque son posibles otras interpretaciones [véase por ejemplo Ng (1975)], consideramos que ésta resulta la más adecuada<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> Aun así todavía podemos encontrar varias formas de entender tales comparaciones [véase por ejemplo Sen (1970, Chs. 7, 7\*, 9, 9\*), Suzumura (1983, Ch. 6)]. El propio Arrow precisó posteriormente el significado de su propuesta [véase Arrow (1977)]. La idea básica consiste en interpretar la función de utilidad de cada individuo, como una función condicional de una función de utilidad universal (donde el condicional viene determinado por las características que identifican a cada uno de los agentes). Esta noción se corresponde con la idea de *utilidad fundamental*, propuesta anteriormente por Kolm [véase Kolm (1972, Part III)]. Una discusión más amplia de este problema se encuentra en Villar (1988 b).

#### 4. COMENTARIOS FINALES

Hemos analizado en este trabajo la existencia de asignaciones igualitarias en un problema de distribución puro, en el cual un planificador debe distribuir una cesta de bienes dada entre un grupo de agentes, tomando como referencia las funciones de pago de dichos agentes. Si dichas funciones de pago se interpretan como índices de bienestar, el problema planteado consiste en encontrar una distribución que sea *igualitaria*.

Antes de concluir el trabajo merece la pena hacer tres comentarios finales:

1.- La presencia de bienes públicos puede introducirse fácilmente en el modelo presentado. Para ello basta con efectuar el siguiente tipo de reformulación: Supongamos que tenemos  $k$  bienes privados y  $t$  bienes públicos (puros). Una asignación aparecerá ahora descrita como un punto en  $\mathbb{R}_+^{nk+t}$ ,

$$y = (x_1, \dots, x_n, q)$$

donde  $x_j \in \mathbb{R}_+^k$  para cada  $j$ , y  $q \in \mathbb{R}_+^t$  designa las cantidades de bienes públicos (puesto que los bienes públicos son de consumo conjunto, todo lo que necesitamos es una dimensión adicional por cada bien público).

Las funciones de utilidad resultan ahora aplicaciones de  $\mathbb{R}_+^{nk+t}$  en  $\mathbb{R}$ . La traducción de los supuestos (A.1) - (A.4) a este contexto es inmediata,

y no ofrece problemas interpretativos. Una asignación igualitaria vendrá entonces definida como un punto  $\mathbf{y}^* = (\mathbf{x}^*, \mathbf{q}^*) \in \mathbb{R}_+^{nk+t}$  tal que es un elemento maximal del conjunto que verifica la siguiente propiedad:

$$u_j(\mathbf{y}^*) > u_i(\mathbf{y}^*) \implies y_j = (0, \mathbf{q}^*)$$

Los resultados contenidos en los Teoremas 1 y 2 se extienden automáticamente a este caso.

2.- Los resultados presentados en la Sección 2 pueden extenderse fácilmente al caso en que  $\omega$  contenga tanto "bienes" como "males", suponiendo conjuntos de consumo afines a  $\mathbb{R}_+^k$ . Es decir, para cada  $j = 1, 2, \dots, n$ , definamos el conjunto de consumo del agente  $j$ -ésimo como:

$$X_j = \{ \mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^k \mid \mathbf{x}_j \geq \mathbf{x}_j^0, \text{ para algún } \mathbf{x}_j^0 \in \mathbb{R}^k \}$$

En este caso, el punto  $\mathbf{x}_j^0$  juega el papel del origen, y una asignación igualitaria es aquella en la que todos alcanzan el mismo nivel de sus funciones de pagos, o bien aquellos que están por encima se mantienen en el status-quo (véase la primera Observación de la Sección 2).

El caso de "bienes" y "males" resulta algo más complicado cuando suponemos que los conjuntos de consumo son simplemente conjuntos cerrados y convexos acotados inferiormente [véase Herrero & Villar (1990)].

3.- El modelo desarrollado en este trabajo ha sido tomado como esquema teórico de referencia para analizar el problema del reparto de los

Fondos de Compensación Interterritorial entre las Comunidades Autónomas en España [véase Herrero & Villar (1991, b)]. El esquema teórico parece adaptarse bien a este tipo de problema, puesto que: (i) se trata de un problema de distribución puro, en el que se asignan los bienes por medio de transferencias; (ii) se trata de obtener asignaciones que se puedan considerar igualitarias desde el punto de vista del bienestar de las diferentes regiones; (iii) el planificador se enfrenta con restricciones de balance, por razones institucionales; (iv) es natural suponer que hay externalidades, pues la influencia en el bienestar de las diferentes regiones de los bienes objeto de reparto no se limita a la cantidad que cada una de ellas recibe, sino que también puede depender de lo que reciban algunas otras regiones.

Bajo los supuestos del modelo teórico (que tienen una interpretación clara en este contexto), el Teorema 2 nos garantiza que las asignaciones igualitarias tienen propiedades importantes: resultan eficientes y además equilibradas.

Es interesante observar que, en el reparto real de los Fondos de Compensación Interterritorial, hay regiones que no perciben ayudas (las regiones "ricas"), mientras que otras regiones sí perciben estas ayudas compensatorias (las regiones "pobres"). Parece natural pensar que el tipo de definición que hemos adoptado como criterio ético (el concepto de asignación igualitaria), en el que las regiones cuyo bienestar es más alto que otras, no perciben bienes, se corresponde bien con los criterios reales de reparto que se han llevado a cabo en el FCI.



## REFERENCIAS

- Arrow, K.J. (1963), **Social Choice and Individual Values**, 2<sup>nd</sup> Ed., Yale University Press, New Haven.
- Arrow, K.J. (1977), Extended Sympathy and the Possibility of Social Choice, **American Economic Review**, Supplementary Issue of the Proceedings: 219-225.
- D'Aspremont, C. (1985), Axioms for Social Welfare Orderings, Chapter 2 in Hurwicz *et al.* Eds., 1985.
- D'Aspremont, C. & Gevers, L. (1977) Equity and Informational Basis of Collective Choice, **Review of Economic Studies**, 44 : 199-209.
- Herrero, C. & Villar, A. (1990), Egalitarian Allocations in the Presence of Consumption Externalities, **A Discusión**, w.p. n<sup>o</sup> 34, University of Alicante.
- Herrero, C. & Villar, A. (1991 a), Vector Mappings with Diagonal Images, **Mathematical Social Sciences**, vol. 22, en prensa.

- Herrero, C. & Villar, A. (1991 b), *La Financiación de las Comunidades Autónomas: El Reparto del Fondo de Compensación Interterritorial*, mimeo, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas
- Hurwicz, L., Schmeidler, D. & Sonnenschein, H., Eds. (1985), **Social Goals and Social Organization. Essays in Memory of Elisha Pazner**, Cambridge University Press, New York.
- Kalai, E. (1977), Proportional Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons, *Econometrica*, 45 : 1623-1630.
- Kalai, E. (1985), Solutions to the Bargaining Problem, Chapter 3 in Hurwicz *et al.* Eds., 1985.
- Kalai, E. & Smorodinski, M. (1975), Other Solutions to Nash's Bargaining Problem, *Econometrica*, 53 : 513-518.
- Kolm, S.Ch. (1972), **Justice et Équité**, Editions du CNRS, Paris.
- Moulin, H. (1988), **Axioms of Cooperative Decision Making**, Cambridge University Press, New York.
- Moulin, H. (1989), Fair Division under Joint Ownership: Recent Results and Open Problems, **Third Germán Bernácer Lectures**, University of Alicante.

- Moulin, H. & Thomson, W. (1988), Can Everyone Benefit from Growth? Some Difficulties, **Journal of Mathematical Economics**, 17 : 339-345.
- Ng, Y.K. (1975), Bentham or Bergstrom?. Finite Sensibility, Utility Functions and Social Welfare Functions, **Review of Economic Studies**, 42 : 545-569.
- Nieto, J. (1989), Equidad y eficiencia en Problemas de Distribución con Externalidades, **Revista de Economía Pública**, 5: 93-105.
- Nieto, J. (1991), A Note on Efficient Allocations with Externalities, **Journal of Public Economics**, en prensa.
- Rawls, J. (1971), **A Theory of Justice**, Harvard University Press, Cambridge Ma.
- Roberts, K.W.S. (1980), Possibility Theorems with Interpersonally Comparable Welfare Levels, **Review of Economic Studies**, 47 : 409-420.
- Roemer, J. (1986), Equality of Resources Implies Equality of Welfare, **Quarterly Journal of Economics**, 100 : 215-244.
- Roemer, J. (1988), Axiomatic Bargaining Theory in Economic Environments, **Journal of Economic Theory**, 45 : 1-31.

- Sen, A. (1970), **Collective Choice and Social Welfare**, North Holland, Amsterdam.
- Sen, A. (1982), **Choice, Welfare and Measurement**, Basil Blackwell, Oxford.
- Sen, A. (1986), Social Choice Theory, in K.J. Arrow & M. Intriligator Eds., **Handbook of Mathematical Economics**, vol. III, North Holland, Amsterdam, 1986.
- Suzumura, K. (1983), **Rational Choice, Collective Decisions and Social Welfare**, Cambridge University Press, Cambridge.
- Thomson, W. (1987), Equity Concepts in Economics, **mimeo**, University of Rochester.
- Thomson, W. (1989), Cooperative Models of Bargaining, **mimeo**, University of Rochester, w.p. n° 177.
- Thomson, W. & Varian, H. (1985), Theories of Justice Based on Symmetry, Chapter 4 in Hurwicz *et al.* Eds., 1985.
- Tinbergen, J. (1975), **Income Distribution: Analysis and Policies**, North Holland, Amsterdam.

- Villar, A. (1988 a), La Lógica de la Elección Social: Una Revisión de los Resultados Básicos, **Investigaciones Económicas**, 12 : 3-44.
- Villar, A. (1988 b), On the Existence of Optimal Allocations when Individual Welfare Depends on Relative Consumption, **Journal of Public Economics**, 36 : 387-397.
- Villar, A. (1991), **Operator Theorems with Applications to Distributive Problems and Equilibrium Models**, Springer-Verlag, Heidelberg, en prensa.
- Yaari, M.E. (1981), Rawls, Edgeworth, Shapley, Nash: Theories of Distributive Justice Re-Examined, **Journal of Economic Theory**, 24 : 1-39.

-EN BLANCO-

## DOCUMENTOS PUBLICADOS

- WP-EC 90-01 "Los determinantes de la evolución de la productividad en España"  
M. Mas, F. Pérez. Diciembre 1990.
- WP-EC 90-02 "Mecanización y sustitución de factores productivos en la Agricultura Valenciana"  
A. Picazo, E. Reig. Diciembre 1990.
- WP-EC 90-03 "Productivity in the service sector"  
H. Fest. Diciembre 1990.
- WP-EC 90-04 "Aplicación de los modelos de elección discreta al análisis de la adopción de innovaciones tecnológicas. El caso del sector azulejero"  
E.J. Miravete. Diciembre 1990.
- WP-EC 90-05 "Rentabilidad y eficiencia del mercado de acciones español"  
A. Peiró. Diciembre 1990.
- WP-EC 90-06 "La coordinación de políticas fiscales en el marco de una unión económica y monetaria"  
J.E. Bosca, V. Orts. Diciembre 1990.
- WP-EC 91-01 "Medición de la segregación ocupacional en España: 1964-1988"  
M. Sánchez. Mayo 1991.
- WP-EC 91-02 "Capital Adequacy in the New Europe"  
E.P.M. Gardener. Mayo 1991.
- WP-EC 91-03 "Determinantes de la renta de los hogares de la Comunidad Valenciana. Una aproximación empírica."  
M.L. Molto, C. Peraita, M. Sánchez, E. Uriel. Mayo 1991.
- WP-EC 91-04 "Un Modelo para la Determinación de Centros Comerciales en España".  
A. Peiró, E. Uriel. Septiembre 1991.
- WP-EC 91-05 "Exchange Rate Dynamics. Cointegration and Error Correction Mechanism".  
M.A. Camarero. Septiembre 1991.
- WP-EC 91-06 "Aplicación de una Versión Generalizada del Lema de Shephard con Datos de Panel al Sistema Bancario Español".  
R. Domenech. Septiembre 1991.
- WP-EC 91-07 "Necesidades, Dotaciones y Deficits en las Comunidades Autónomas"  
B. Cabrer, M. Mas, A. Sancho. Diciembre 1991.
- WP-EC 91-08 "Un Análisis del Racionamiento de Crédito de Equilibrio"  
J. Quesada. Diciembre 1991.
- WP-EC 91-09 "Cooperación entre Gobiernos para la Recaudación de Impuestos Compartidos"  
G. Olcina, F. Pérez. Diciembre 1991.
- WP-EC 91-10 "El impacto del Cambio Tecnológico en el Sistema Bancario: El Cajero Automático"  
J. Maudos. Diciembre 1991.

- WP-EC 91-11 "El Reparto del Fondo de Compensación Interterritorial entre las Comunidades Autónomas"  
C. Herrero, A. Villar. Diciembre 1991.
- WP-EC 91-12 "Sobre la Distribución Justa de un Pastel y su Aplicación al Problema de la Financiación de las Comunidades Autónomas"  
C. Herrero, A. Villar. Diciembre 1991.
- WP-EC 92-01 "Asignaciones Igualitarias y Eficientes en Presencia de Externalidades"  
C. Herrero, A. Villar. Abril 1992.
- WP-EC 92-02 "Estructura del Consumo Alimentario y Desarrollo Economico"  
E. Reig. Abril 1992.
- WP-EC 92-03 "Preferencias de Gasto Reveladas por las CC.AA."  
M. Mas, F. Pérez. Abril 1992.