SOBRE LA DISTRIBUCION JUSTA DE UN PASTEL Y SU APLICACION AL PROBLEMA DE LA FINANCIACION DE LAS COMUNIDADES AUTONOMAS*

Carmen Herrero y Antonio Villar**

WP-EC 91-12

* Los autores desean expresar su agradecimiento a la Consellería d'Economia i Hisenda de la Generalitat Valenciana por la financiación de este trabajo. Matilde Mas, Francisco Pérez, Rafaela Pizarro y Jose Mª Tomás han contribuido con sus comentarios y sugerencias a la mejora de este trabajo.

** C. Herrero y A. Villar: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas y Universidad de Alicante.

Editor: **Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.**
Primera Edición Enero 1992.
ISBN: 84-7890-726-2
Depósito Legal: V-190-1992
Impreso por KEY, S.A., Valencia.
Cardenal Benlloch, 69, 46021-Valencia.
Impreso en España.

SOBRE LA DISTRIBUCION JUSTA DE UN PASTEL Y SU APLICACION AL PROBLEMA DE LA FINANCIACION DE LAS COMUNIDADES AUTONOMAS

Carmen Herrero y Antonio Villar

R E S U M E N

Este trabajo se refiere a un problema de distribución puro, consistente en buscar fórmulas "justas" de repartir una cantidad dada de un bien perfectamente divisible. En primer lugar se plantea un modelo teórico en el que se analiza la existencia de distribuciones eficientes y libres de envidia en un contexto caracterizado por la presencia de externalidades. Posteriormente se desarrolla una aplicación de estos resultados teóricos al problema de la financiación de las Comunidades Autónomas.

A B S T R A C T

The purpose of this paper is to analyze the existence of efficient and envyfree allocations of a single good in the presence of consumption externalities. A theoretical model is first developed and an application to the problem of financing Regional Governments in Spain, is then provided.

I.- INTRODUCCION.

El objeto del presente trabajo es la discusión de un problema distributivo en el que un planificador debe decidir cómo asignar una cantidad dada de un cierto bien perfectamente divisible (por ejemplo dinero), entre un conjunto de agentes (individuos, familias, grupos sociales, etc.). Las características más destacables del problema que nos ocupa son las siguientes:

(i) La cantidad total del bien a repartir está dada a priori, de modo que se trata de un problema de distribución puro.

(ii) El planificador pretende conseguir una asignación que pueda considerarse "equitativa", desde el punto de vista de la distribución del bienestar.

(iii) El bienestar de cada agente puede depender de las cantidades de bien asignadas no sólo a él, sino también a algunos (o todos) de los restantes individuos (presencia de externalidades).

Existen diversas formas de enfrentarse a un problema de distribución puro, de tal forma que la asignación resultante pueda considerarse "satisfactoria" desde un punto de vista ético. La primera de ellas consiste en distribuir el bien en cuestión en la forma indicada por la solución de un problema de maximización de una función de bienestar social [véase, por ejemplo, D'Aspremont (1985), Sen (1986), y la aplicaciones desarrolladas en Bosch & Escribano (1988 a) y Calsamiglia (1990)]. Esta aproximación está estrechamente vinculada a la literatura normativa sobre desigualdad. Otra posibilidad consiste en plantear la distribución del bien como el resultado de un juego cooperativo entre los participantes, especialmente utilizando la teoría de los juegos de negociación [véase, por ejemplo, Kalai (1985), Moulin (1988, ch. 3-5) o Thomson (1989), para revisiones recientes]. Una tercera alternativa consiste en encontrar una distribución que satisfaga determinadas propiedades preestablecidas de "justicia distributiva", en la tradición de Foley, Kolm, Varian, etc [véase Thomson & Varian (1985), Baumol (1986), Roemer (1986), Thomson (1987), Villar (1988) y Moulin (1989)].

El enfoque utilizado en este trabajo se encuadra en el tercer tipo de aproximación mencionado. Deseamos que nuestra solución posea dos propiedades: ser eficiente (es decir, que deseamos asignar los recursos sin desaprovechar oportunidades), y libre de envidia (es decir, deseamos efectuar un reparto del bien de modo que los diferentes individuos estén conformes con lo que cada uno de ellos recibe, sin desear cambiar su asignación con la de algún otro individuo). Una asignación que verifique ambas propiedades se denominará *justa*.

Conviene precisar desde el principio que el contenido ético de esta noción de justicia (asociada a las propiedades de eficiencia y ausencia de envidia), resulta adecuado sólo en la medida en que todos los individuos posean iguales derechos con respecto al bien objeto de reparto.

Dada una cesta de bienes perfectamente divisibles, obtener una asignación en la que nadie envidie la suerte de nadie resulta trivial: basta con dar a todos lo mismo. Ahora bien, si los distintos agentes tienen gustos diversos, no es menos cierto que la asignación así obtenida no resultará eficiente. Ello ilustra el hecho de que los criterios de eficiencia y ausencia de envidia son independientes (y no sólo independientes: en ocasiones resultan incompatibles[1]).

Cuando el problema se refiere a la distribución de un único bien (dinero), y los agentes sólo se preocupan de la cantidad que ellos perciben, de tal forma que prefieren siempre mayores a menores cantidades del bien en cuestión (preferencias crecientes y sin externalidades), entonces toda asignación que agote la cantidad total a repartir será eficiente. En consecuencia, si designamos por M la cantidad total de bien a repartir entre n agentes, y damos a cada uno una cantidad igual a M/n tendremos que la asignación resultante es eficiente y verifica el principio de ausencia de envidia.

Sin embargo, cuando se toma en cuenta la posible presencia de externalidades, ya no está claro que toda asignación que reparta la totalidad del bien sea eficiente. En particular, ya no es cierto que el reparto igualitario resulte óptimo. Para comprobarlo consideremos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1.- Supongamos que el problema consiste en distribuir una unidad de dinero entre tres individuos, cuyas funciones de utilidad vienen dadas por:

$$u_1(\mathbf{x}) = x_1; \quad u_2(\mathbf{x}) = x_2 - 2x_3; \quad u_3(\mathbf{x}) = x_3 - 2x_2$$

---

1 Véase al respecto la excelente revisión de Thomson & Varian (1985), donde también se encuentra el detalle de las referencias pertinentes.

El primer individuo sólo se preocupa de lo que a él le corresponde, mientras que los individuos segundo y tercero están más pendientes de lo percibido por el otro que por lo obtenido por ellos mismos (un caso extremo de envidia). Consideremos el reparto: $x_1^* = 0$, $x_2^* = x_3^* = 1/2$, que obviamente agota la cantidad del bien a repartir. La correspondiente distribución de utilidades viene dada por:

$$u_1(\mathbf{x^*}) = 0,\ u_2(\mathbf{x^*}) = u_3(\mathbf{x^*}) = -1/2$$

Sea ahora la distribución igualitaria, $e_1 = e_2 = e_3 = 1/3$, cuyas correspondientes utilidades son $u_1(\mathbf{e}) = 1/3$, $u_2(\mathbf{e}) = u_3(\mathbf{e}) = -1/3$. Ninguna de las distribuciones **x***, **e** resulta eficiente, ya que ambas están dominadas por $z_1 = 1$, $z_2 = z_3 = 0$, que tiene asociada la distribución de utilidades $u_1(\mathbf{z}) = 1$, $u_2(\mathbf{z}) = u_3(\mathbf{z}) = 0$.

<u>Ejemplo</u> <u>2.-</u> Se trata de distribuir 3 unidades de un determinado bien entre tres agentes, cuyas funciones de utilidad son las siguientes:

$$u_1(x) = x_1 + 0.5\ x_2 - 0.5\ x_3;\ u_2(x) = x_2;\ u_3(x) = x_3 - 0.9\ x_1$$

Como puede observarse, cada uno de los agentes mejora cuando recibe mayor cantidad del bien que está siendo repartido. El primero, además, es altruísta respecto del segundo (mejora cuando el segundo recibe mayor cantidad del bien), y envidioso respecto del tercero. El segundo individuo no es solidario con (ni "enemigo" de) nadie: sólo le preocupa la cantidad que él percibe. Finalmente, el tercero manifiesta una recíproca animadversión hacia el primer individuo.

En este caso, la división igualitaria, **e** = (1, 1, 1) es tal que:

$$u_1(\mathbf{e}) = 1, \quad u_2(\mathbf{e}) = 1, \quad u_3(\mathbf{e}) = 0{,}1$$

distribución que no es eficiente, como se observa considerando la asignación **y*** = (0.5, 1.8, 0.7), que genera los valores:

$$u_1(\mathbf{y^*}) = 1{,}75 \;, \quad u_2(\mathbf{y^*}) = 1{,}8 \;, \quad u_3(\mathbf{y^*}) = 0{,}25$$

Ejemplo 3: Sea el problema de distribuir 3 unidades de un bien entre 3 individuos, cuyas utilidades son

$$u_1(\mathbf{x}) = x_1$$
$$u_2(\mathbf{x}) = x_2 + 0.6\ x_1$$
$$u_3(\mathbf{x}) = x_3 + 0.6\ x_1$$

La división equitativa **e** = (1, 1, 1) produce el siguiente vector de utilidades: **u**(**e**) = (1, 1.6, 1.6). Si embargo, si consideramos la asignación **x** = (3, 0, 0), las utilidades que se obtienen son **u**(**x**) = (3, 1.8, 1.8).

En este trabajo nos planteamos el analizar hasta qué punto la presencia de externalidades resulta compatible con la existencia de asignaciones justas (eficientes y libres de envidia). Nuestro resultado principal es que *existe una familia muy amplia de funciones de utilidad con externalidades (es decir, utilidades que dependen no sólo de la cantidad que cada agente percibe, sino también de las que perciben los demás), para las cuales la división igualitaria es la única que satisface los principios de eficiencia y ausencia de envidia*. Con ello se garantiza que la conclusión primera relativa al caso sin externalidades se mantiene en un contexto más general, es decir, es en buena medida una conclusión robusta.

La Sección II está destinada a la presentación del modelo de referencia y de los principales resultados formales. Los elementos característicos de nuestro modelo son aquellos que se refieren a las funciones de utilidad de los agentes. A este respecto señalemos que partimos de una situación distributiva que se refiere a *n* agentes y un único bien; cada agente posee una función de utilidad $u_i:\mathbb{R}^n_+ \dashrightarrow \mathbb{R}$ (es decir, está definida sobre las distribuciones completas del bien, y no sólo sobre la cantidad del mismo que individualmente percibe). Supondremos que las funciones de utilidad son continuas, no admiten externalidades positivas, y verifican la siguiente propiedad: La utilidad de cada agente depende positivamente de la proporción de bien que le corresponde, siendo más sensible respecto a los cambios en las cantidades propias que a las cantidades ajenas.

En este contexto presentamos dos Teoremas. El primero de ellos, nos dice que en las condiciones establecidas, una distribución es eficiente si y sólo si agota la cantidad de bien disponible. El segundo resultado considera específicamente el problema de cómo distribuir una cierta cantidad de dinero de modo que la asignación resultante sea eficiente y libre de envidia. Se prueba que, bajo los supuestos de modelo, la asignación que da a todos lo mismo es la única que satisface estos principios éticos.

La Sección III se destina a una interpretación de los resultados obtenidos en el contexto de un problema distributivo particular (y de notable actualidad en nuestro país): el problema del reparto del gasto entre los Gobiernos Regionales de un Estado descentralizado. La aplicación de los resultados anteriores se efectúa en dos contextos diferentes. En el primero de ellos, denominado "Modelo Homogéneo", se asume que todas las Comunidades poseen iguales derechos (idéntica posición de partida). En el segundo, que corresponde al caso No-Homogéneo, consideramos la posibilidad de que las diferentes Comunidades no se encuentren en pie de igualdad a la hora de decidir el reparto (por poseer distintas competencias transferidas, necesidades diversas, o distinto nivel de provisión de servicios públicos).

En el Modelo Homogéneo, la distribución justa es aquella que reparte el monto total en proporción a la población (es decir, el criterio de justicia se traduce en el de igualación del gasto per capita). En el caso No-Homogéneo la aplicación del principio de justicia propuesto se materializa en el criterio de igualdad de *financiación equivalente* per capita (donde la "financiación equivalente" se obtiene como resultado de re-escalar convenientemente los fondos asignados a cada Comunidad).

En la Sección IV se realiza un ejercicio de distribución de los Fondos corrientes entre las Comunidades Autónomas en España, de acuerdo con los principios establecidos en la Sección anterior.

II.- EL MODELO FORMAL.

Consideremos el problema de distribución de un bien perfectamente divisible entre *n* individuos. Cada uno de estos individuos tiene una relación de preferencias <u>sobre</u> <u>asignaciones</u> <u>completas</u>, esto es, admitimos la posible existencia de externalidades (en el consumo[2]). Una forma natural de expresar formalmente esta dependencia consiste en suponer que las preferencias de cada individuo *i* son representables por una función de utilidad definida sobre asignaciones completas del bien.

El espacio de las posibles asignaciones será $\mathbb{R}^n_+$, donde cada elemento $x = (x_1,\ldots,x_n)$ se interpreta como una distribución de una cierta cantidad M del bien en cuestión (con $M = x_1 + x_2 +\ldots+ x_n$), de forma que el individuo i-ésimo recibe la cantidad x_i, $i=1,\ldots,n$. Así, para cada individuo, las preferencias están definidas por una función $u_i:\mathbb{R}^n_+ \text{-->} \mathbb{R}$.

Denotamos por u: $\mathbb{R}^n_+ \text{-->} \mathbb{R}^n$, tal que, para todo $x \in \mathbb{R}^n_+$,

$$u(x) = [u_1(x), \ldots, u_n(x)].$$

Sobre las funciones u_i hacemos los siguientes supuestos:

<u>A.1.-</u> u_i es continua para todo $i = 1,\ldots,n$.

---

[2] Nótese que en el contexto mencionado, las externalidades son un fenómeno perfectamente natural: mi satisfacción depende no sólo de la cantidad que yo recibo del bien, sino que también influyen las cantidades del bien que reciben los demás.

A.2.- Para todo par de distribuciones, $\mathbf{x}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n_+$, tales que $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$, si se verifica que:

$$|x_j - y_j| = \max \{ |x_1 - y_1|,\dots,|x_n - y_n| \}^3,$$

entonces

$$(x_j - y_j)[u_j(\mathbf{x}) - u_j(\mathbf{y})] > 0$$

A.3.- Sean $\mathbf{x}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n_+$ dos distribuciones tales que $\mathbf{x} > \mathbf{y}$. Si se verifica que $x_j = y_j$ entonces

$$u_j(\mathbf{x}) \leq u_j(\mathbf{y})$$

(A.1) supone que la relación de preferencia de cada individuo es un preorden completo y continuo. El supuesto (A.2) dice que, al comparar dos posibles distribuciones $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, aquel individuo para el cual el cambio es mayor se encontrará mejor si el cambio es positivo, y peor si el cambio es negativo. Finalmente, (A.3) indica que cuando se pasa de una asignación a una nueva situación en la que algunos agentes disfrutan de más cantidad del bien, mientras que otros agentes permanecen igual, estos últimos no se sienten más felices (este supuesto constituye una forma natural de expresar la idea de que los agentes toman en cuenta la cantidad relativa de bien que perciben).

Los supuestos (A.1) - (A.3) acotan indudablemente la magnitud de las externalidades que el modelo admite. Es importante sin embargo darse cuenta que tales supuestos son compatibles con una amplia familia de funciones de utilidad con externalidades (sin descartar el caso

---

[3] Es decir, si $\| x - y \|_\infty = | x_j - y_j |$.

convencional de preferencias monótonas en el bien, sin externalidades de ningún tipo). El siguiente ejemplo ilustra esta flexibilidad:

Ejemplo 4: Consideremos tres individuos y un bien a repartir. Las utilidades son:

$$u_1(x) = x_1 - 0.2x_2; \qquad u_2(x) = x_2 - 0.3x_1; \quad u_3 = x_3$$

En este caso, los individuos 1 y 2 son mutuamente envidiosos, mientras que el individuo 3 sólo se ocupa de lo que a él le toca en el reparto. Obsérvese que para los tres agentes resulta mayor la satisfacción que experimentan por el propio consumo que el disgusto provocado por el consumo ajeno. En este caso, las condiciones (A.1)-(A.3) se satisfacen.

Observación.- El supuesto (A.3) elimina la posibilidad de que los agentes presenten externalidades positivas. Por su parte, (A.2) acota las externalidades. Si bien los 4 ejemplos presentados satisfacen (A.1), el ejemplo 1 no cumple (A.2); el ejemplo 2 no satisface ni (A.2) ni (A.3), el ejemplo 3 no verifica (A.3) y sólo el ejemplo 4 satisface todos los supuestos.

Consideremos ahora las siguientes definiciones:

Definición 1.- Diremos que una asignación $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$ es eficiente si no existe otra asignación $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n_+$ tal que:

a) $\sum_{i=1}^{n} y_i \leq \sum_{i=1}^{n} x_i$

b) $\mathbf{u}(\mathbf{y}) \geq \mathbf{u}(\mathbf{x})$, con algún j tal que $u_j(\mathbf{y}) > u_j(\mathbf{x})$.

Dada una asignación $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$, definamos la asignación $\mathbf{x}(i,j)$ de la siguiente manera:

$$x_k(i,j) = x_k, \ \forall\ k \neq i,j \ ; \quad x_i(i,j) = x_j; \quad x_j(i,j) = x_i$$

La asignación $\mathbf{x}(i,j)$, pues, asigna a todos los individuos diferentes del i,j, exactamente las mismas cantidades que disfrutaban en $\mathbf{x}$. Por su parte, los individuos i,j, disfrutan, respectivamente, las cantidades que en x disfrutaba el otro.

<u>Definición 2.-</u> Diremos que una asignación $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$ es <u>libre de envidia</u> cuando para todo $j = 1,\ldots,n$, se cumple $u_j(\mathbf{x}) \geq u_j[\mathbf{x}(i,j)]$, $\forall\ i \neq j$.

Es decir, una asignación es libre de envidia cuando a ningún individuo le gustaría cambiar su dotación con la de ningún otro individuo.

Obtenemos, entonces, los siguientes resultados:

Teorema 1.- (a) Bajo el supuesto (A.2), y dada una cantidad M de bien a repartir, si x es eficiente, entonces $\sum x_i = M$.

(b) Bajo (A.1), (A.2) y (A.3), si $\sum x_i = M$, entonces x es eficiente.

<u>Prueba:</u>

(a) Supongamos que existe una asignación x eficiente, tal que $\sum x_i < M$. Sea entonces $\delta = M - \sum x_i > 0$, y consideremos la asignación z tal que

$$z_i = x_i + \delta/n, \text{ para todo } i = 1,\ldots,n.$$

Por (A.2), $\|x - z\|_\infty = |x_i - z_i| = \delta/n > 0$, para todo i, por lo que, por (A.2), $u_i(\mathbf{z}) > u_i(\mathbf{x})$, para todo i, en contra de la eficiencia de **x**.

(b) Sea **x** una asigmación que agota el bien. Veremos que **x** es eficiente en dos pasos. En primer lugar, consideraremos el programa:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Min } \sum z_i \\ \text{s.a } \sum z_i \leq M \\ \quad \mathbf{u}(\mathbf{z}) \geq \mathbf{u}(\mathbf{x}) \\ \quad \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \end{array}\right\} \quad (P)$$

El programa (P) tiene una solución, **y**. En primer lugar, veremos que **y** debe agotar la cantidad disponible de bien. Supongamos que $\sum y_i < M$. Entonces, ha de existir algún individuo (el j), tal que $y_j < x_j$. Pero éste individuo no puede ser el que experimente una variación mayor en la cantidad de bien, al pasar de **x** a **y**, pues en tal caso, $u_j(\mathbf{y}) < u_j(\mathbf{x})$, con lo que **y** no verificaría las restricciones del programa. Entonces, existe un k tal que $\|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|_\infty = |y_k - x_k| > 0$. Para este individuo se cumple que $u_k(\mathbf{y}) > u_k(\mathbf{x})$, por (A.2). Nótese que $y_k > 0$. Tomemos entonces una nueva asignación, **z**, construída de la siguiente manera:

$$z_s = y_s \text{ , para todo } s \neq k$$

$$z_k < y_k, \text{ de tal forma que } u_k(\mathbf{z}) > u_k(\mathbf{x}).$$

es posible construir tal **z**, por la hipótesis de continuidad (A.1). Entonces, por (A.3), se tiene que para todo $s \neq k$, $u_s(\mathbf{z}) \geq u_s(\mathbf{y}) \geq u_s(\mathbf{x})$, y, por construcción, $u_k(\mathbf{z}) > u_k(\mathbf{x})$, por lo que **z** verifica las restricciones del programa (P). Además, $\sum z_i < \sum y_i$, por lo que **y** no es la solución de (P), en contra de la hipótesis. Así pues, si **y** es solución de (P), ha de verificarse forzosamente que $\sum y_i = M$.

Veamos ahora que $\mathbf{x}$ ha de ser eficiente. Supongamos que no es así; entonces existiría una asignación factible $\mathbf{z}$ tal que $\sum z_i \leq M$, $\mathbf{z} \geq 0$, de forma que $\mathbf{u(z)} > \mathbf{u(x)}$, esto es, $u_i(\mathbf{z}) \geq u_i(\mathbf{x})$ $\forall$ i, y para algún j, $u_j(\mathbf{z}) > u_j(\mathbf{x})$. Nótese que (A.2) implica que $\|\mathbf{z} - \mathbf{x}\|_\infty$ debe alcanzarse en alguno de éstos índices j, y para dicho índice, $z_j > 0$. Entonces, disminuyendo ligeramente z_j y manteniendo el resto de componentes invariables, podemos construir otra asignación que verifica todas las restricciones de (P), en la que no se consume todo el bien, llegando a contradicción con el resultado anterior de que la solución de (P) ha de agotar la cantidad M de bien a repartir. Por tanto, $\mathbf{x}$ es eficiente.

$\blacksquare$

Teorema 2.- Bajo los supuestos (A.1)-(A.3), y dada una cantidad fija M del bien, las propiedades siguientes son equivalentes:

(a) $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n_+$ es una asignación eficiente y libre de envidia

(b) $x^*_i = M/n$, para todo i = 1,...,n.

<u>Prueba:</u>

Según el teorema anterior, bajo los supuestos (A.1)-(A.3), la división igualitaria es eficiente, puesto que agota la cantidad disponible del bien. Además, trivialmente, la asignación igualitaria es libre de envidia. Veamos ahora que ninguna otra asignación tiene estas propiedades.

Sea $\mathbf{x}$ una asignación eficiente, $\mathbf{x} \neq \mathbf{e}$. Veamos que $\mathbf{x}$ no es libre de envidia. Como $\mathbf{x} \neq \mathbf{e}$, existen al menos dos subíndices, i,j tales que $x_i \neq x_j$. Consideremos la asignación $\mathbf{x}$(i,j), en la que todos los individuos quedan igual que en $\mathbf{x}$, salvo el i y el j, que intercambian sus asignaciones. Se tiene entonces que

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}(i,j)\|_\infty = |x_i - x_i(i,j)| = |x_j - x_j(i,j)| = |x_i - x_j| > 0$$

por lo que simultáneamente,

$$u_i[\mathbf{x}(i,j) - \mathbf{x}](x_j - x_i) > 0; \qquad u_j[\mathbf{x}(i,j) - \mathbf{x}](x_i - x_j) > 0$$

y por tanto, en la asignación **x**, alguno de los individuos i,j, envidia al otro. Es decir, **x** no es una asignación libre de envidia.

$\blacksquare$

El teorema anterior establece que si deseamos obtener asignaciones eficientes y libres de envidia en la distribución de un bien entre diversos individuos, cuando se cumplen los supuestos (A.1) - (A.3), no necesitamos ningún tipo de información sobre las preferencias individuales. Sólo hay una forma de conseguirlo y es mediante la distribución equitativa del bien. Ello proporciona una cualificación adicional que justifica el empleo de la división equitativa como un punto de referencia en temas de reparto, incluso en presencia de externalidades.

El resultado de los Teoremas anteriores depende crucialmente de la combinación de los supuestos mencionados. En particular, si prescindimos de alguna de las hipótesis (A.2) o (A.3), el resultado deja de ser cierto. Los ejemplos 1 y 3 presentados previamente ilustran la falta de optimalidad de la distribución equitativa cuando prescindimos de (A.2) [conservando (A.3)], y viceversa.

Observación.- Nótese que los supuestos (A.1) - (A.3) son puramente ordinales, de modo que los resultados obtenidos no dependen de ninguna propiedad cardinal o del establecimiento de comparaciones interpersonales de utilidad.

III. APLICACION A LA FINANCIACION DE LAS COMUNIDADES AUTONOMAS

Consideremos ahora el problema de un Estado descentralizado que se enfrenta al problema del diseño de una regla de reparto de fondos para atender a la provisión corriente de servicios públicos entre las diversas Comunidades constitutivas.

Con el fin de precisar el objeto de nuestro análisis, señalemos que *nos ocuparemos únicamente de un problema de distribución del gasto en un Estado descentralizado, que dispone de otros instrumentos que atienden al principio de solidaridad interregional. Supondremos que todos los fondos obtenidos por las Comunidades para este fin se derivan de la participación en los ingresos del Estado.*

Convengamos que el respeto a la diversidad constituye uno de los valores que fundamentan el principio de la autonomía del gasto. La combinación de los principios de autonomía y suficiencia podría sintetizarse diciendo que cada Comunidad Autónoma debería tener capacidad financiera suficiente para cubrir el tipo de gastos que elija, teniendo en cuenta las competencias que han asumido, y bajo la restricción presupuestaria del Estado.

Pero junto a ello suele existir asímismo un requerimiento de igualdad de derechos preciso: ningún ciudadano puede ser discriminado en cuanto a su acceso a los servicios públicos, en función de la Comunidad en que resida, al menos al nivel mínimo de los servicios fundamentales (véase el artículo 15 de la Ley Orgánica de Financiación de las Comunidades Autónomas, para el caso español).

En resumen, a la hora de establecer criterios de reparto de fondos para cubrir los servicios públicos descentralizados, hay que combinar la posibilidad de que éstos se asignen de maneras diversas por Comunidades, con la igualdad básica de derechos de los ciudadanos.

Para aplicar las conclusiones del modelo anterior a este problema, hemos de distinguir entre dos casos diferentes. Consideraremos primero el caso homogéneo en cual todas las Comunidades poseen los mismos derechos respecto de la financiación objeto del reparto. Nos ocuparemos después del estudio del caso en que existen diferencias entre las Comunidades.

III,1) El Modelo Homogéneo.-

La adopción del criterio de *justicia* como sinónimo de eficiencia y ausencia de envidia posee, en este caso particular, una clara justificación ética: por una parte todos los individuos tienen idéntico derecho al disfrute de los servicios públicos, independientemente de su lugar de residencia o de sus preferencias; por otro no hay razón alguna para considerar tratamientos diferenciados por Comunidades.

La aplicación del resultado del Teorema 2 al problema de financiación autonómica, en el caso homogéneo, se concreta en el siguiente criterio de reparto:

$$\boxed{M_i = \frac{\ell_i}{\sum_{t=1}^{m} \ell_t} M} \qquad [1]$$

siendo:

M = Cantidad total de dinero a repartir.

M_i = Cantidad de dinero percibida por la Comunidad i-ésima.

ℓ_i = Población de la Comunidad i-ésima.

Este criterio nos dice pues que para cualquier par de Comunidades Autónomas, i, h, se verifica la siguiente relación:

$$\frac{M_h}{\ell_h} = \frac{M_i}{\ell_i} \qquad [2]$$

Una peculiaridad de nuestro enfoque consiste en permitir una completa diversidad de preferencias (de hecho, cada uno de los individuos del Estado tiene su propia relación de preferencias sobre la distribución del gasto), así como la existencia de externalidades [dentro de los límites impuestos por los supuestos (A.1)-(A.3)]. Parece claro en el problema que nos ocupa que los diferentes individuos no sólo se preocupan de lo que el Estado central destina a gastos en su Comunidad, sino que les importa también, cuánto destina a las restantes Comunidades.

El teorema 2, aplicado a este contexto dice lo siguiente: **Si las preferencias de los individuos verifican los supuestos (A.1) - (A.3), se debe asignar a cada Comunidad una cantidad tal que iguale la financiación per capita**. Este resultado proporciona un criterio de reparto <u>claro, sencillo, transparente y anónimo</u> [cf. Calsamiglia (1990)]. Por otra parte, este criterio de reparto es el único que proporciona asignaciones eficientes y libres de envidia. Por último, no requiere ninguna información sobre las preferencias de los individuos, ya que es robusto a la diversidad y a las externalidades.

III,2.- EL MODELO NO HOMOGENEO.

La aplicación del principio ético que identifica la equidad con la ausencia de envidia (junto con la eficiencia) sólo tiene sentido en un contexto en el cual todos los agentes tienen los mismos derechos al disfrute del bien a repartir. Desafortunadamente, esta no es la situación que cabe esperar en el contexto del problema de la financiación autonómica. En efecto, existen ciertos factores que hacen que las posiciones de los individuos en las distintas Comunidades Autónomas no pueda identificarse con la situación de igualdad de derechos.

Aun cuando dejemos de lado las consideraciones más puramente redistributivas (principio de solidaridad), hay tres razones fundamentales que podrían justificar una asimetría en los derechos de los ciudadanos de las Comunidades Autónomas, y, consecuentemente, invalidar la recomendación de igualdad en la financión per capita obtenida para el modelo homogéneo. Tales razones son:

(i) Diferencias en la dotación de capital público por habitante, que podrían presentarse como resultado de un proceso asimétrico de asignación de recursos.

(ii) Diferencias en las necesidades relativas de la población, que hacen que la correcta provisión de un mismo servicio público comporte niveles de gasto per capita distintos (pensemos en Comunidades con distintas pirámides o diferentes densidades de población en relación a la provisión de servicios como Sanidad, Educación o Transportes).

(iii) Diferencias en el nivel competencial, que comportan que ciertos servicios sean responsabilidad de unas Comunidades y no de otras.

Con objeto de tomar en cuenta adecuadamente estas diferencias a la hora de establecer una fórmula de reparto en el caso no-homogéneo, podemos pensar el problema en dos etapas analíticamente distinguibles:

I) Nivelación, que podemos identificar con la determinación de un vector de ponderaciones que compense las diferencias entre las Comunidades, por las razones apuntadas.

II) Reparto Igualitario de Financiación Equivalente, que corresponde a la aplicación del principio de igualdad de financiación per capita respecto de estas Autonomías niveladas.

En resumen, la idea básica sería análoga a la del modelo homogéneo: *distribuir los fondos de modo que todas las Autonomías perciban una misma financiación equivalente per capita*. Los coeficientes de ponderación constituirían así los elementos correctores de las diferencias en las situaciones de partida de las diferentes Comunidades.

Con objeto de no complicar inicialmente la discusión, supondremos a lo largo de esta Sección que todas las Comunidades Autónomas tienen las mismas competencias transferidas.

III,2.1.- Nivelación.

Consideraremos aquí el problema de encontrar una fórmula de nivelación entre Comunidades Autónomas que difieren en su situación de partida, en razón de su estructura poblacional y de aquellos aspectos del entorno económico que resultan relevantes desde el punto de vista de la provisión de servicios públicos.

Denotemos por M_{ij} la cantidad de dinero que percibe la Comunidad i para la provisión del servicio público j, y por M_i la financiación total percibida por la i-ésima Comunidad. Tendremos que:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{k} M_{ij} = M$$

$$\sum_{j=1}^{k} M_{ij} = M_i$$

Denotemos ahora por ν_{ij} (i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., k) al **coeficiente de necesidad/disponibilidad** del servicio j en la Comunidad i. Dicho coeficiente constituye una medida del grado de dificultad en el acceso de los ciudadanos de la Comunidad i al servicio j, por razones del entorno económico. De acuerdo con el razonamiento anterior, este coeficiente debe entenderse como una combinación de dos factores diferentes: el índice de necesidad en relación a un determinado servicio (que incorpora los problemas de provisión del servicio en virtud de la composición de la población y otras características estructurales), y el <u>stock capital público disponible</u> para la provisión de este servicio.

La interpretación de estos coeficientes es la siguiente: Sean ν_{ij}, ν_{hj} los coeficientes de necesidad/disponibilidad para el servicio j en las Comunidades i, h, respectivamente; estos coeficientes nos dicen que cada peseta gastada en el servicio j equivale a $1/\nu_{ij}$ en la Comunidad i, y a $1/\nu_{hj}$ en la Comunidad h. De este modo, los coeficientes relativos de necesidad/disponibilidad traducen el "valor nominal" del gasto en los distintos servicios públicos en "valores efectivos", de acuerdo con el grado de accesibilidad de los mismos, determinado por cada entorno económico de referencia.

De manera más precisa, podemos interpretar esto en términos de una empresa (la Comunidad Autónoma i) que produce cada servicio público j (que podemos denotar por y_{ij}), por medio del dinero que percibe (M_{ij}), de acuerdo con la función de producción:

$$y_{ij} = \frac{1}{\nu_{ij}} M_{ij} \qquad [3]$$

De este modo, las diferencias en la necesidad/disponibilidad corresponden a las distintas "productividades" de las Autonomías a la hora de transformar gasto público en servicios. Estas "productividades" varían en función de las necesidades relativas de servicios y del stock de capital público disponible (véase la Observación 2, más adelante).

Sea ahora m_{ij} (i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., k) la proporción de consumo de servicios públicos que representa el bien j en la Comunidad i, es decir, $m_{ij} \equiv \dfrac{M_{ij}}{M_i}$. Se obtiene entonces:

$$y_{ij} = \frac{m_{ij}}{\nu_{ij}} M_i \qquad [3']$$

Sea y_i el total de servicios públicos producido en la i-ésima Comunidad, es decir, $y_i = \sum_{j=1}^{k} y_{ij}$. Podemos escribir entonces:

$$y_i = M_i \sum_{j=1}^{k} \frac{m_{ij}}{\nu_{ij}} \qquad [4]$$

y, llamando

$$\frac{1}{\gamma_i} = \sum_{j=1}^{k} \frac{m_{ij}}{\nu_{ij}} ,$$

se obtiene finalmente,

$$y_i = \frac{M_i}{\gamma_i} \qquad [4']$$

que puede interpretarse como la "función agregada de producción" de servicios públicos en la Comunidad i-ésima, y que constituye una expresión que indica el "valor real" en servicios públicos en la Comunidad i-ésima del gasto nominal M_i.

Podemos establecer entonces la siguiente definición:

Definición.- Dado un volumen de gasto para servicios públicos en la Comunidad i, M_i, denominaremos **financiación equivalente** al término $y_i = M_i/\gamma_i$, que nos dice en qué medida esta financiación se transforma en servicios en esta Comunidad.

Observación 1.- *Nótese que la forma de definir* m_{ij} *hace de lo anterior una colección de identidades. Si esta proporción es constante frente a cambios en los volúmenes de gasto, entonces* m_{ij} *podría interpretarse como un coeficiente que mide la importancia relativa del servicio público j en la Comunidad i. Así lo interpretaremos en general, a la hora de analizar los datos empíricos.*

Observación 2.- *Desde un punto de vista teórico podemos entender los coeficientes* v_{ij} *como el resultado de ponderar la dificultad de acceso por un índice de dotación relativa de capital público en la Autonomía i, en relación con el servicio j. Ello corresponde a una especificación de una "función de producción" de servicios públicos del tipo:*

$$y_{ij} = F_{ij}(b_{ij}, k_{ij}, M_{ij})$$

siendo b_{ij} *el coeficiente que mide la dificultad de acceso,* k_{ij} *un índice de dotación de capital y* M_{ij} *el dinero percibido para el servicio correspondiente.*

Así pues, podemos tomar:

$$v_{ij} \equiv \frac{b_{ij}}{k_{ij}}$$

con objeto de tomar en consideración tanto la dificultad de acceso como el nivel relativo de dotación de capital público.

III,2.2.- Reparto Igualitario de Financiación Equivalente.

Los coeficientes $1/\gamma_i$, que nos indican la "productividad relativa" de las diferentes Comunidades Autónomas en la provisión de servicios públicos, constituyen una medida de las diferencias en las posiciones de partida de los diferentes individuos (por el hecho de vivir en una determinada Comunidad). Por tanto, estos valores pueden utilizarse como coeficientes correctores para homogeneizar las situaciones de partida.

Esta homogeneización permite aplicar el criterio de justicia distributiva, entendido como eficiencia y ausencia de envidia, a las Comunidades así homogeneizadas, sin necesidad de información sobre las preferencias individuales.

En este caso, pues, el principio de justicia distributiva se traduce en la <u>igualación de la financiación equivalente per capita</u>, de modo que, para cualquier par de Comunidades Autónomas, *i*, *h*, se deberá verificar la siguiente relación:

$$\frac{y_i}{\ell_i} = \frac{y_h}{\ell_h}$$

es decir,

$$\boxed{\frac{M_i}{\ell_i\ \gamma_i} = \frac{M_h}{\ell_h\ \gamma_h}}$$

Dada la cantidad total de dinero a repartir, M, nuestro problema de reparto consiste en encontrar las cantidades M_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, tales que satisfagan las siguientes ecuaciones:

$$\frac{M_i}{\ell_i\ \gamma_i} = q\ , \qquad \forall\ i$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = M$$

Es fácil deducir, a partir de estas expresiones, que la financiación total que percibirá la iésima Comunidad vendrá dada por:

$$\boxed{M_i = \frac{\gamma_i \ell_i}{\sum_{i=1}^{n} \gamma_i \ell_i} M} \qquad [5]$$

fórmula que nos dice que la proporción de financiación que percibe la Comunidad *i*-ésima corresponde a la necesidad relativa per capita.

Es interesante advertir que el criterio de igualdad de financiación equivalente per capita puede ser también interpretado en términos de igualdad de financiación por población equivalente. En efecto, llamemos

$$\ell_i^* = \ell_i \gamma_i$$

que representa la <u>cantidad de población equivalente</u> con derecho al disfrute de los servicios públicos en la Comunidad i. La fórmula de reparto nos dice que:

$$\boxed{M_i = \frac{\ell_i^*}{\sum_{t=1}^{m} \ell_t^*} M} \qquad [1^*]$$

verificándose la relación:

$$\frac{M_h}{\ell_h^*} = \frac{M_i}{\ell_i^*} \qquad [2^*]$$

expresiones que resultan idénticas a las anteriores [1] y [2], respectivamente, pero en relación a las cantidades de población equivalentes.

IV. UN EJERCICIO DE DISTRIBUCION DEL GASTO ENTRE LAS COMUNIDADES AUTONOMAS.

Dedicamos este epígrafe al análisis de la distribución del gasto entre las diferentes CCAA del Estado Español, mediante la aplicación del "Modelo No Homogeneo" presentado en la Sección anterior. Este análisis está basado en los estudios de Cabrer, Mas y Sancho (1991), Cutanda y Paricio (1991) y Mas (1991), donde se proporciona una explicación detallada de la metodología, fuentes directas y criterios empleados en la construcción de los índices de necesidad/disponibilidad. Tomaremos aquí como referencia el trabajo de Mas y Pérez (1991), donde se resumen los datos que nos interesan a este respecto[4].

Recordemos que, cuando las Comunidades Autónomas no poseen idéntica situación de partida, nuestra propuesta consistía en un criterio de reparto en el que se distinguían dos etapas claramente diferenciadas: (1) *Nivelación*, en la que se modificaba artificialmente la población de las diferentes Comunidades a fin de colocar a cada uno de estos *ciudadanos artificialmente construidos* en pie de igualdad, y (2) *Reparto igualitario de financiación equivalente*, o lo que es igual, reparto idéntico *per capita* entre las Autonomías así niveladas.

---

[4] Una aplicación diferente, en base a los datos de los estudios clásicos de Bosch-Domènech & Escribano (1988 a, b), así como su comparación con el trabajo de Calsamiglia (1990) se encuentra en Herrero & Villar (1991).

En base a lo anterior, la propuesta de financiación sugerida por el modelo no homogéneo descansa esencialmente en la construcción de la *población equivalente* de las diferentes Comunidades Autónomas. Siguiendo las pautas del modelo propuesto, la obtención de la población equivalente se realiza a partir de la estimación previa de los índices de necesidad/disponibilidad para las diferentes Comunidades Autónomas y para cada uno de los distintos servicios.

Los servicios considerados son los siguientes: Servicios Sociales, Educación, Sanidad, Transporte, Cultura y Medio Ambiente, que se corresponden con la clasificación funcional del gasto. Para estos servicios, y utilizando las técnicas del análisis factorial, se calculan dos tipos de índices: indices de necesidad (b_{ij}), e índices de dotación (k_{ij}). A partir de ellos, se construye el índice de necesidad/disponibilidad $\nu_{ij} = b_{ij}/ k_{ij}$, para cada una de las Comunidades Autónomas, y para cada uno de los servicios mencionados. Los resultados obtenidos para los índices de necesidad/disponibilidad, ν_{ij}, se presentan en el Cuadro 1.

CUADRO 1: INDICES DE NECESIDAD / DISPONIBILIDAD (ν_{ij})

	S.Sociales	Educación	Sanidad	Transporte	Cultura	Ambiente
Andalucia	1.82	0.98	1.74	0.64	1.37	1.37
Aragon	1.31	1.08	0.66	0.82	0.77	1.08
Asturias	1.23	0.55	0.53	1.11	1.68	0.54
Baleares	0.97	1.31	0.97	1.73	0.97	1.04
Canarias	1.89	0.95	0.81	1.72	1.84	1.85
Cantabria	0.61	1.07	1.44	0.91	1.06	1.00
Cas-Mancha	1.36	1.04	1.37	0.64	0.54	0.90
Cas-León	1.29	0.73	0.69	0.66	0.56	0.92
Cataluña	0.61	1.07	0.57	1.17	1.82	1.33
Valencia	0.55	1.12	1.53	0.94	1.09	0.89
Extremad.	1.82	0.99	1.85	0.75	0.53	0.89
Galicia	0.96	0.64	0.98	1.07	1.11	0.61
Madrid	0.60	1.03	0.53	1.25	0.97	1.68
Murcia	1.01	0.99	1.20	0.86	0.71	1.00
Navarra	0.56	0.98	0.96	1.56	0.98	0.55
P. Vasco	0.57	0.80	0.63	1.60	1.20	0.68
Rioja	0.99	0.57	0.97	0.95	0.58	0.55

Fuentes: Mas y Pérez (1991, Cuadro IV.2)

El paso siguiente consiste en obtener los *coeficientes agregados de producción* para cada Comunidad Autónoma. Estos se obtienen ponderando los índices de necesidad/disponibilidad mediante las proporciones de gasto de cada Comunidad Autónoma en cada uno de los servicios considerados. Las proporciones de gasto utilizadas han sido las correspondientes a la estructura porcentual del gasto, que, para las competencias actuales, se presentan en el Cuadro 2, y, para las competencias comunes, se presentan en el Cuadro 3.

CUADRO 2: ESTRUCTURA PORCENTUAL DEL GASTO. COMPETENCIAS ACTUALES

	S.Sociales	Educación	Sanidad	Transporte	Cultura	Ambiente
Andalucia	9	37	45	7	2	0
Cataluña	10	32	49	7	2	0
Valencia	7	36	47	6	2	2
P. Vasco	13	34	42	6	4	1
Media 151	10	35	46	7	2	1
Canarias	15	60	3	23	4	2
Navarra	29	17	21	23	5	4
Aragón	19	0	15	38	8	19
C-León	27	0	20	20	11	22
Extremad.	46	0	10	16	9	19
C-Mancha	25	5	17	34	7	11
Media Pluri.	29	1	16	27	9	18
Cantabria	26	0	11	40	18	4
Madrid	24	8	30	27	7	3
Rioja	32	0	20	25	13	10
Media Unip.	28	3	21	30	13	6

Fuente: Mas & Pérez (1991, Cuadro III,1)

CUADRO 3: ESTRUCTURA PORCENTUAL DEL GASTO. COMPETENCIAS COMUNES

	S.Sociales	Educación	Sanidad	Transporte	Cultura	Ambiente
Andalucia	41	0	12	36	9	2
Cataluña	36	0	17	35	10	2
Valencia	32	0	11	39	11	8
P. Vasco	46	0	11	28	13	2
Media 151	38	0	13	35	11	4
Canarias	38	0	7	42	8	4
Navarra	29	17	21	23	5	4
Aragón	19	0	15	38	8	19
C-León	27	0	20	20	11	22
Extremad.	46	0	10	16	9	19
C-Mancha	25	5	17	34	7	11
Media Pluri.	29	1	16	27	9	18
Cantabria	26	0	11	40	18	4
Madrid	24	8	30	27	7	3
Rioja	32	0	20	25	13	10
Media Unip.	28	3	21	30	13	6

Fuente: Mas & Pérez (1991, Cuadro III,2)

A partir de los datos de los Cuadros 1, 2 y 3 podemos ahora construir los coeficientes agregados de producción de las diferentes Comunidades Autónomas. En primer lugar, nótese que no se dispone de datos de gasto para cuatro comunidades: Galicia, Baleares, Asturias y Murcia. Tomamos para ellas las siguientes estructuras porcentuales: para Galicia, la media de las comunidades del 151; para Baleares, la media de las comunidades pluriprovinciales del 143; para Murcia y Asturias, la media de las comunidades uniprovinciales del 143.

Vamos a distinguir entre competencias actuales y competencias comunes, por lo que se obtienen, para cada Comunidad, *dos coeficientes agregados de producción*: el correspondiente a las competencias actuales, $\gamma_i(ca)$, y el correspondiente a las competencias comunes, $\gamma_i(cc)$. Los dos tipos de coeficientes agregados de producción se presentan en el Cuadro 4.

Una vez obtenidos los coeficientes agregados de producción, ya estamos en disposición de calcular la *población equivalente de cada Comunidad Autónoma*. Dado que disponemos de dos tipos de coeficientes agregados de producción, tendremos, asímismo, dos tipos de población equivalente, que resultará de multiplicar la población real por los coeficientes correspondientes. Los resultados obtenidos se presentan en el Cuadro 5, en el cual la última columna corresponde a la población real en 1989, según datos del FIES.

CUADRO 4: COEFICIENTE AGREGADOS DE PRODUCCION

	γ_i(ca)	γ_i(cc)
Andalucia	1.24	1.06
Aragón	0.90	0.90
Asturias	0.88	0.88
Baleares	1.12	1.12
Canarias	1.15	1.68
Cantabria	0.87	0.87
C-Mancha	0.88	0.88
C-León	0.81	0.81
Cataluña	0.72	0.80
Valencia	1.16	0.79
Extremad.	1.11	1.11
Galicia	0.82	0.98
Madrid	0.74	0.74
Murcia	0.93	0.93
Navarra	0.85	0.85
P. Vasco	0.71	0.77
Rioja	0.83	0.83

CUADRO 5: POBLACION EQUIVALENTE Y POBLACION REAL

	$\ell_i^*(ca)$	$\ell_i^*(cc)$	ℓ_i
Andalucia	8504596	7305003	6874074
Aragón	1085390	1085390	1209302
Asturias	997250	997250	1134603
Baleares	756657	756657	675496
Canarias	1681064	2454439	1463743
Cantabria	460030	460030	529487
C-Mancha	1491689	1491689	1698392
C-León	2125605	2125605	2628900
Cataluña	4396353	4871841	6118434
Valencia	4402549	3001023	3784722
Extremad.	1222773	1222773	1101981
Galicia	2337697	2800815	2851140
Madrid	3677550	3677550	4956593
Murcia	951433	951433	1023579
Navarra	442311	442311	521294
P. Vasco	1571617	1699430	2200525
Rioja	216221	216221	259281

Los datos del Cuadro 5 se presentan, en términos porcentuales, en el Cuadro 6.

CUADRO 6: POBLACION EQUIVALENTE Y POBLACION REAL (%)

	$\ell_i^*(ca)$	$\ell_i^*(cc)$	ℓ_i
Andalucia	23.41	20.54	17.61
Aragón	2.98	3.05	3.09
Asturias	2.74	2.80	2.90
Baleares	2.08	2.12	1.73
Canarias	4.62	6.90	3.75
Cantabria	1.26	1.29	1.35
C-Mancha	4.10	4.19	4.35
C-León	5.85	5.97	6.73
Cataluña	12.10	13.70	15.67
Valencia	12.12	8.43	9.69
Extremad.	3.36	3.43	2.82
Galicia	6.43	7.87	7.30
Madrid	10.12	10.34	12.69
Murcia	2.61	2.67	2.62
Navarra	1.21	1.24	1.33
P. Vasco	4.32	4.77	5.63
Rioja	0.59	0.60	0.66

El cuadro 6 podría mirarse como un cuadro-resumen de propuesta de reparto de la financiación autonómica para el caso español, según los criterios de igualdad de financiación equivalente defendidos en las Secciones anteriores. Si realizamos una regresión de los datos en el Cuadro 6, tomando como referencia las ecuaciones:

$$\ell^*(ca) = \alpha_{ca} + \beta_{ca}\ell + u$$

$$\ell^*(cc) = \alpha_{cc} + \beta_{cc}\ell + v$$

obtenemos los siguientes resultados (el primer número entre paréntesis corresponde al valor del estadístico T, y el segundo -sólo para valores significativos- a la desviación típica):

$$\alpha_{ca} = -\ 0{,}28715 \qquad (-\ 0{,}37637)$$

$$\beta_{ca} = 1{,}04865 \qquad (10{,}6136) \qquad (0{,}0988)$$

$$R^2 = 0{,}8824$$

$$\alpha_{cc} = 0{,}19312 \qquad (0{,}3577)$$

$$\beta_{cc} = 0{,}967 \qquad (13{,}8327) \qquad (0{,}0699)$$

$$R^2 = 0{,}9273$$

resultados que nos indican que la población equivalente y la población efectiva resultan en conjunto estadísticamente indistinguibles.

Así pues, el mensaje esencial del Cuadro 6 es que *no se puede rechazar la hipótesis de que, para el caso español, una buena aproximación de la igualdad de financiación equivalente per capita es la igualdad de financiación per capita* . Ello no excluye el que haya que tomar en cuenta que los datos indican que existen ciertas regiones con necesidades algo mayores y otras con necesidades ligeramente inferiores.

En este sentido, merece la pena comentar los casos más notorios: en primer lugar, el caso de Andalucía, en el que queda claro que la población equivalente, tanto para competencias actuales como para competencias comunes, es mayor que la real (las desviaciones son de 5.8 y 2.93 puntos porcentuales en términos absolutos y de 0.33 y 0.16 en términos relativos). Casos análogos son los de Canarias, con desviaciones de 0.87 y 3.15 puntos en términos absolutos y de 0.23 y 0.84 en términos relativos, y Extremadura, con desviaciones de 0.54 y 0.61 puntos en términos absolutos y de 0.19 y 0.21 en términos relativos, respectivamente. En este grupo son de destacar la altísima desviación relativa de Canarias en competencias comunes, y la notable desviación relativa de Andalucía en competencias actuales.

Un segundo grupo lo constituyen Cataluña y Madrid, cuyas poblaciones equivalentes son sensiblemente menores que las reales. En el caso de Cataluña se produce una desviación de -3.57 y -2.07 puntos porcentuales en términos absolutos y de -0.22 y 0.13 en términos relativos, para competencias actuales y comunes, respectivamente. Por su parte, Madrid presenta desviaciones de -2.57 y -2.35 puntos en términos absolutos y de -0.20 y 0.18 en términos relativos.

Finalmente, merece la pena comentar los casos de Valencia y Galicia, cuyas poblaciones equivalentes se desvían de la real en sentido diferente según que se consideren las competencias comunes o las actuales. Para Valencia, considerando las competencias actuales, aparece una desviación importante, de 2.43 puntos en términos absolutos, que suponen un 0.25 relativo, mientras que en competencias comunes, su población equivalente resulta inferior a la real en -1.26 puntos absolutos (-0.13 relativos). Por su parte, el caso de Galicia es simétrico: su población equivalente, en competencias actuales resulta inferior a la real en 0.87 puntos porcentuales absolutos (-0.11 relativos), y su población equivalente en competencias comunes es superior a la real en 0.57 puntos en términos absolutos (0.07 en términos relativos).

Los casos comentados reflejan las desviaciones entre la fórmula de reparto financiación "igualdad per cápita", y la fórmula de financiación "igualdad per cápita de *población equivalente*". La magnitud (absoluta y relativa) de las desviaciones comentadas señalan el tipo de precaución con que debe tomarse la regla de *igual financiación per capita* en el caso español. No obstante, puede concluirse que la fórmula de reparto de financiación que sigue el principio de igualdad en la financiación per capita para las Comunidades con el mismo nivel competencial, resulta globalmente una buena aproximación a los principios éticos de tratamiento igualitario entre "los iguales", y tratamiento compensatorio entre "los diferentes" (con alguna excepción ya comentada). En otras palabras, los resultados del modelo homogéneo son bastante robustos a la diferencia de posiciones de partida de las diversas Comunidades.

R E F E R E N C I A S

W.J. Baumol, **Superfairness. Applications and Theory.** The MIT Press, Cambridge, Ma. 1986.

A. Bosch-Domènech & C. Escribano, Regional Allocation of Public Funds: An Evaluation Index, **Environment and Planning,** 20 : 1323 - 1333, 1988 a.

A. Bosch-Domènech & C. Escribano, Las Necesidades de Gastos de las Comunidades Autónomas, en **Cinco Estudios sobre la Financiación Autonómica**, Instituto de Estudios Fiscales, Madrid, 1988 b.

B. Cabrer, M. Mas & A. Sancho (1991), Las Necesidades de Provisiones de Servicios Públicos, **La Financiación de las Comunidades Autónomas,** Monografía A.2.2, IVIE Valencia, 1991.

X. Calsamiglia, "La Financiación de las Comunidades Autónomas y el Principio de Solidaridad" **D Economía Pública,** 6:3-44, 1990.

A. Cutanda & J. Paricio, Las Dotaciones de Capital Público: Disparidades Regionales y Desarrollo Espacial, **La Financiación de las Comunidades Autónomas**, Monografía C.1, IVIE Valencia, 1991.

C. D'Aspremont, "Axioms for Social Welfare Ordering", Ch. 2 en Hurwicz et al., Eds, 1985.

A. Deaton & J. Muellbauer, **Economics and Consumer Behaviour**, Cambridge University Press, 1980.

C. Herrero & A. Villar, Principios para la Distribución del Gasto entre las Comunidades Autónomas, **Palau 14: Revista Valenciana de Hacienda Pública**, n^{o} 13, pp. 249-275, 1991.

L. Hurwicz, D. Schmeidler & H. Sonnenschein, Eds. **Social Goals and Social Organizations.**, Cambridge U. Press., New York, 1985.

E. Kalai,"Solutions to the Bargaining Problem", Ch.3 en Hurwicz et al.,Eds., 1985.

M. Mas, Restricción Presupuestaria y Estructura de Gasto, **La Financiación de las Comunidades Autónomas**, Monografía A.2.1, IVIE Valencia 1991.

M. Mas & F. Pérez, Sistemas de Distribución de la Financiación: Experiencias y Propuestas Alternativas, **La Financiación de las Comuniades Autónomas**, Monografía , IVIE, Valencia 1991.

H. Moulin, **Axioms of Cooperative Decision Making,** Cambridge U. Press, New York, 1988.

H. Moulin, "Fair Division under Joint Ownership. Recent Results and Open Problems", **Terceras Lecciones Germán Bernácer,** Universidad de Alicante y Generalidad Valenciana, 1989.

J. Roemer,"Equality of Resources Implies Equality of Welfare", **Quarterly Journal of Economics**, 100: 215-244, 1986.

A. Sen, "Social Choice Theory" , en K.J. Arrow & M. Intrilligator, Eds., **Handbook of Mathematical Economics**, vol. iii, North Holland, Amsterdam, 1986.

W. Thomson, Equity Concepts in Economics, **mimeo,** U. Rochester, 1987.

W. Thomson, Cooperative Models of Bargaining, U. Rochester, working paper n. 177, 1989.

W. Thomson & H. Varian, "Theories of Justice based on Symmetry", Ch. 4 en Hurwicz et al., Eds., 1985.

A. Villar,"On the Existence of Pareto Optimal Allocations when Individual Welfare depends on Relative Consumption", **Journal of Public Economics,** 38:387-397, 1988.

- EN BLANCO -

DOCUMENTOS PUBLICADOS

WP-EC 90-01 "Los determinantes de la evolución de la productividad en España"
M. Mas, F. Pérez. Diciembre 1990.

WP-EC 90-02 "Mecanización y sustitución de factores productivos en la Agricultura Valenciana"
A. Picazo, E. Reig. Diciembre 1990.

WP-EC 90-03 "Productivity in the service sector"
H. Fest. Diciembre 1990.

WP-EC 90-04 "Aplicación de los modelos de elección discreta al análisis de la adopción de innovaciones tecnológicas. El caso del sector azulejero"
E.J. Miravete. Diciembre 1990.

WP-EC 90-05 "Rentabilidad y eficiencia del mercado de acciones español"
A. Peiró. Diciembre 1990.

WP-EC 90-06 "La coordinación de políticas fiscales en el marco de una unión económica y monetaria"
J.E. Boscá, V. Orts. Diciembre 1990.

WP-EC 91-01 "Medición de la segregación ocupacional en España: 1964-1988"
M. Sánchez. Mayo 1991.

WP-EC 91-02 "Capital Adequacy in the New Europe"
E.P.M. Gardener. Mayo 1991.

WP-EC 91-03 "Determinantes de la renta de los hogares de la Comunidad Valenciana. Una aproximación empírica."
M.L. Molto, C. Peraita, M. Sánchez, E. Uriel. Mayo 1991.

WP-EC 91-04 "Un Modelo para la Determinación de Centros Comerciales en España".
A. Peiró, E. Uriel. Septiembre 1991.

WP-EC 91-05 "Exchange Rate Dynamics. Cointegration and Error Correction Mechanism".
M.A. Camarero. Septiembre 1991.

WP-EC 91-06 "Aplicación de una Versión Generalizada del Lema de Shephard con Datos de Panel al Sistema Bancario Español".
R. Domenech. Septiembre 1991.

WP-EC 91-07 "Necesidades, Dotaciones y Deficits en las Comunidades Autónomas"
B. Cabrer, M. Mas y A. Sancho. Diciembre 1991.

WP-EC 91-08 "Un Análisis del Racionamiento de Crédito de Equilibrio"
J. Quesada. Diciembre 1991.

WP-EC 91-09 "Cooperación entre Gobiernos para la Recaudación de Impuestos Compartidos"
G. Olcina, F. Pérez. Diciembre 1991.

WP-EC 91-10 "El impacto del Cambio Tecnológico en el Sistema Bancario: El Cajero Automático"
J. Maudos. Diciembre 1991.

WP-EC 91-11 "El Reparto del Fondo de Compensación Interterritorial entre las Comunidades Autónomas"
C. Herrero, Antonio Villar. Diciembre 1991.

WP-EC 91-12 "Sobre la Distribución Justa de un Pastel y su Aplicación al Problema de la Financiación de las Comunidades Autónomas"
C. Herrero, Antonio Villar. Diciembre 1991.